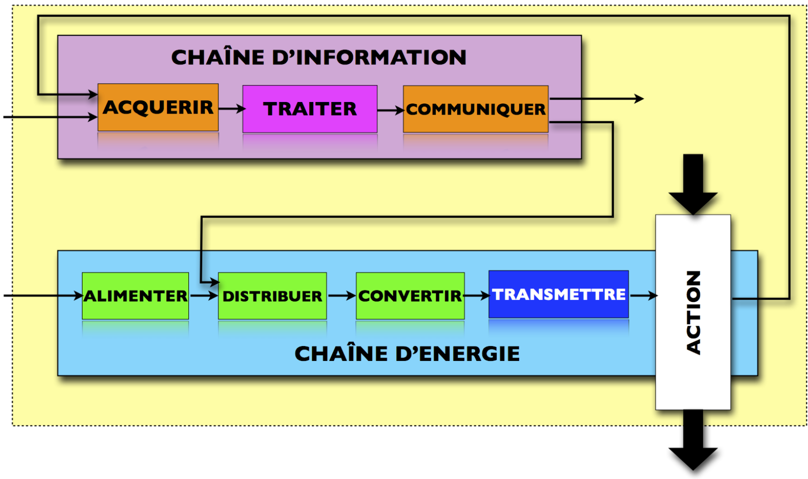
Statique des mécanismes
STATIQUE



Compétences visées :

Compétence	Intitulé
B1-07	Proposer des hypothèses simplificatrices en vue de la modélisation.
B2-09	Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un solide ou un ensemble de solides.
B2-04	Associer aux liaisons un torseur d'action mécanique transmissible et un torseur cinématique.
B2-10	Choisir un modèle de solide (indéformable ou déformable) en fonction de l'objectif visé.
B2-12	Associer un modèle à une action mécanique.
B2-13	Ecrire la relation entre modèle local et modèle global dans le cas d'actions réparties.
C1-04	Proposer une méthode permettant la détermination des inconnues de liaison.
C1-05	Proposer une méthode permettant la détermination des paramètres conduisant à des positions d'équilibre.
C2-14	Déterminer les inconnues de liaison.
C2-15	Déterminer les paramètres conduisant à des positions d'équilibre.

Statique

Version 2.0 du 16/01/21

Table des matières

1 Généralités

1.1 Buts de l'étude statique

Les mécanismes sont conçus pour remplir une ou plusieurs fonctions, dans un environnement qui les sollicite. Les actions mécaniques s'exerçant sur ce mécanisme créent des contraintes sur les composants du système, qui doivent être dimensionnés en conséquence.

L'étude statique a pour objectif de déterminer l'ensemble des actions mécaniques qui s'exercent sur les constituants de la chaîne d'énergie.

1.2 Hypothèses et limites de l'étude statique

Les solides étudiés dans le cadre de cette étude seront supposés indéformables. Leur géométrie restera donc constante.

L'étude ne permet pas d'étudier les phénomènes microscopiques, ni les constituants dont la vitesse se rapproche de la lumière, la mécanique relativiste s'appliquant alors.

Par ailleurs, nous supposerons que le repère dans lequel l'équilibre est étudié est galiléen (un repère est dit galiléen si un système qui n'est soumis à aucune action mécanique ne change pas son comportement : il reste en équilibre ou en translation rectiligne uniforme).

1.3 Méthodes disponibles

L'étude statique nécessite au préalable la modélisation du mécanisme, telle qu'elle a été abordée dans le cours sur les liaisons mécaniques.

L'étude d'un ensemble, d'un sous-ensemble ou d'un composant élémentaire demande à isoler cet élément. Il faudra alors faire l'inventaire de l'ensemble des actions mécaniques extérieures à l'élément qui s'exercent sur celui-ci.

Si un mécanisme est constitué d'au plus 3 à 4 solides, une résolution analytique est envisageable. Dans le cas contraire il faudra avoir recours à des résolutions numériques par logiciels.

2 Action mécanique

2.1 Définition et classifications

2.1.1 Définition

On appelle action mécanique toute cause ayant pour effet de :

- créer un déplacement,
- maintenir un corps en équilibre,
- déformer un solide.

Une action mécanique fait toujours 2 éléments : un corps qui agit et un solide qui subit.

2.1.2 Classifications

Une action mécanique peut être :
- de contact (contact entre solides, pression),
- ou à distance (champs magnétique, pesanteur).

Elle peut s'exercer :
- en un point (contact ponctuel entre 2 solides),
- sur une surface (pression d'un fluide),
- sur un volume (pesanteur).

Une action mécanique est caractérisée par sa résultante (capacité à déplacer en translation) et son moment en un point (capacité à déplacer en rotation autour d'un point).

Une *force* est une action mécanique de moment nul.

Un *couple* est une action mécanique de résultante nulle.

Notons qu'une action mécanique peut créer ou annuler simultanément les deux effets précédents.

3 Modélisation d'une force

3.1 Caractéristiques

Une force exercée par un solide 1 sur un solide 2 est définie par :

- un point d'application ;
- une direction et un sens ;
- une intensité.

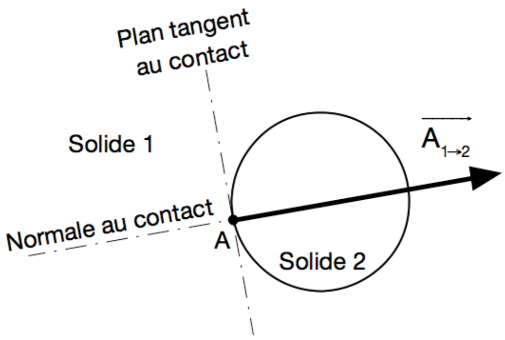


FIGURE 1 – Modélisation d'une force

3.2 Modélisation mathématique

Une force sera modélisée par un *vecteur lié*, c'est-à-dire un vecteur associé à un point d'origine. On prendra soin de noter systématiquement en indice du vecteur les solides concernés par l'action mécanique : $\overrightarrow{A_{1\to 2}}$ par exemple.

Les propriétés de ce vecteur sont :

- les coordonnées de son point d'application $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}$,
- les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{A_{1\to2}} \begin{pmatrix} X_{1\to2} \\ Y_{1\to2} \\ Z_{1\to2} \end{pmatrix}$,
- sa norme $\left\|\overrightarrow{A_{1\to2}}\right\| = A_{1\to2} = \sqrt{X_{1\to2}^2 + Y_{1\to2}^2 + Z_{1\to2}^2}$

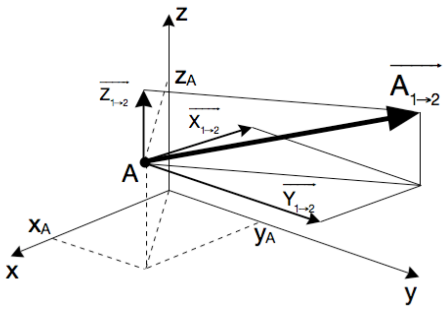


FIGURE 2 – Vecteur force

3.3 Actions mécaniques assimilables à des forces

3.3.1 Poids d'un solide

Dans le cadre d'une étude statique, le poids $\vec{P_1}$ d'un solide 1 de masse m_1 sera assimilable à une force dont :
- le point d'application est le centre de gravité ;
- la direction est verticale, et le sens descendant ;
- l'intensité est égale à $P_1 = m_1 g$.

Pour déterminer la position du centre de gravité d'un ensemble de solides i de masse m_i et de centre de gravité G_i, on utilisera avantageusement la formule du barycentre :

$$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right) \vec{OG} = \sum_{i=1}^{n} \left(m_i \vec{OG_i}\right)$$

3.3.2 Forces de pression

Un fluide sous pression p exerce sur un solide 1 une action mécanique répartie sur la surface S_1 du solide 1. Cette action mécanique sera assimilable à une force dont :

- le point d'application est le centre géométrique de la surface sur laquelle s'applique la pression,
- la direction est la normale à la surface,
- le sens est orienté du fluide vers la surface,
- l'intensité est égale au produit $p.S$ (expression dans laquelle la pression est exprimée en Pascal (Pa) et la surface en m^2).

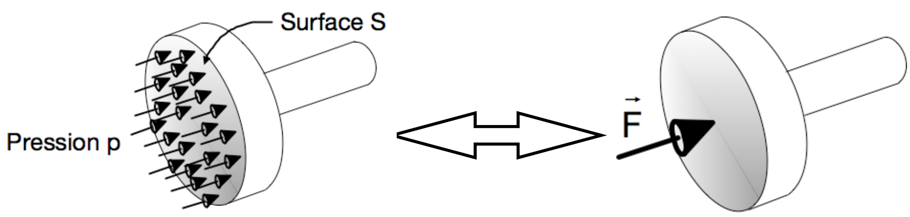


FIGURE 3 – Modélisation d'une force de pression

3.4 Modélisation d'un moment

3.4.1 Signification physique

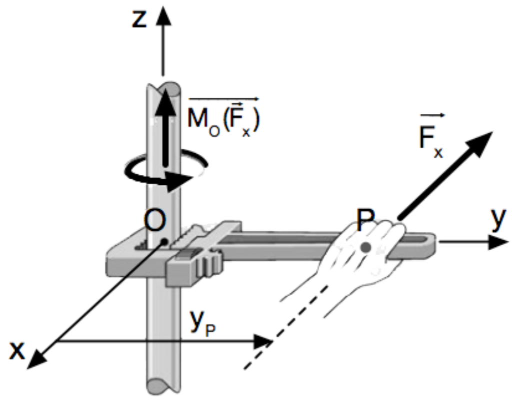


FIGURE 4 – Moment développé par une force

Le moment d'une force F_X par rapport à un point traduit la capacité de cette force à induire ou annuler un effet de rotation autour d'un axe :
- passant par ce point,
- et orthogonal à la direction de la force.

3.4.2 Modélisation mathématique

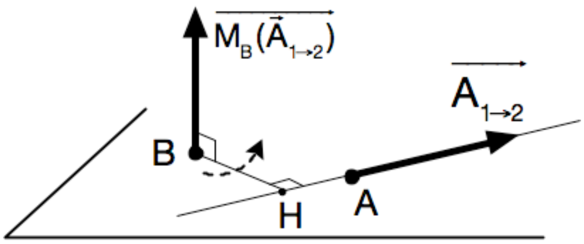


FIGURE 5 – Représentation vectorielle

On considère une force $\overrightarrow{A_{1\to2}}$ d'intensité $A_{1\to2}$ qui s'applique en un point A. Cette force génère en un autre point B un moment $\overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{A_{1\to2}}}}$.

H est le *projeté orthogonal* du point B sur la droite d'action de la force $\overrightarrow{A_{1\to2}}$.

La distance BH est appelée "Bras de levier".

Ce moment sera modélisé par un vecteur tel que :
- son point d'application est le point B,
- sa direction est orthogonale au plan contenant le point B et le vecteur $\overrightarrow{A_{1\to2}}$,
- son sens respecte la règle du tire-bouchon de Maxwell,
- son intensité est égale à $M_{B,\overrightarrow{A_{1\to2}}} = BH \cdot A_{1\to2}$

Attention

Une erreur classique à ne pas commettre est la confusion entre *la distance BH* et *la distance BA*. La distance BA n'est **en aucune manière** le bras de levier, et ne doit jamais être utilisée pour la détermination d'un moment.

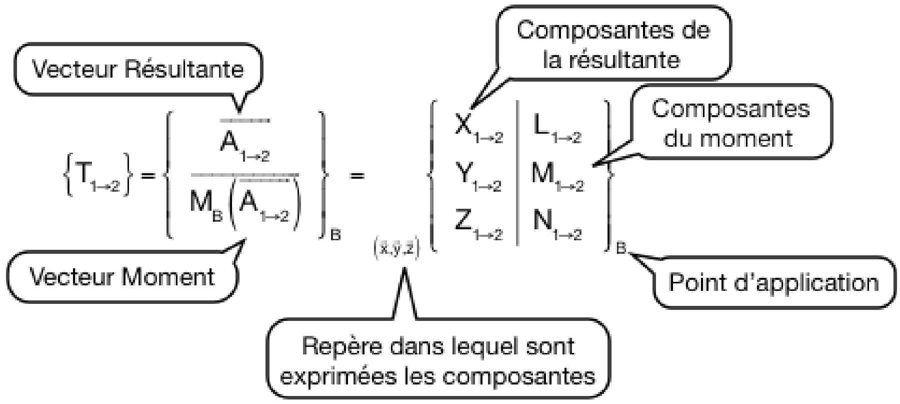
3.4.3 Détermination analytique

Le vecteur $\overrightarrow{M_{B,\overrightarrow{A_{1\to2}}}}$ se calcule à partir des vecteurs $\overrightarrow{A_{1\to2}}$ et $\vec{BA}$ par la relation :

$$\overrightarrow{M_{B,\overrightarrow{A_{1\to2}}}} = \overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{A_{1\to2}}}} + \vec{BA} \wedge \overrightarrow{A_{1\to2}} = \vec{BA} \wedge \overrightarrow{A_{1\to2}} \text{ car } \overrightarrow{M_{A,\overrightarrow{A_{1\to2}}}} = \vec{0}$$

3.5 Torseur d'une action mécanique

Une action mécanique est d'une façon générale composée d'une force et d'un moment. Ces deux éléments se regroupent dans un torseur. Ce torseur s'écrira comme suit :



Ce torseur répond à l'ensemble des propriétés des torseurs qui ont déjà vues dans un précédent chapitre.

3.6 Torseur des actions transmissibles dans une liaison mécanique

Les liaisons mécaniques suppriment des degrés de liberté (ddl). Ces ddl sont supprimés car la géométrie du contact interdit le déplacement.

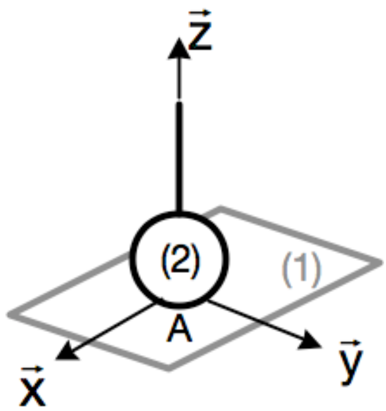
Cette géométrie va donc être en mesure de transmettre une action mécanique qui s'exerce dans la direction des degrés de libertés supprimés. On parlera *d'action mécanique transmissible* par la liaison mécanique.

3.6.1 Liaison sphère-plan

Une liaison sphère-plan de normale $(A, \overrightarrow{z})$ possède 5 degrés de liberté : seule la translation T_Z est supprimée.

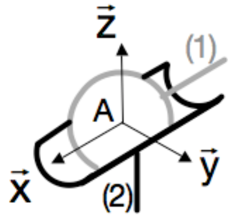
Elle ne sera donc capable de transmettre qu'une force suivant cette direction, et le torseur des actions transmissibles par la liaison ponctuelle s'écrira :

$$\{\mathcal{T}_{1\rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} Z_{1\rightarrow 2}\vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{1\rightarrow 2} & 0 \end{array} \right\}_A^{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$



3.6.2 Liaison linéaire annulaire

Les degrés de liberté supprimés dans une liaison linéaire annulaire d'axe $(A, \overrightarrow{z})$ sont les 2 translations $\mathrm{T_Y}$ et $\mathrm{T_Z}$.



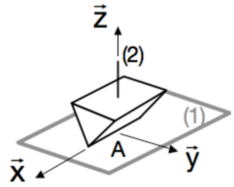
La liaison est donc capable de transmettre une force suivant les axes Y et Z.

Le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2 s'écrira alors :

$$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_{1\to2} & 0 \\ Z_{1\to2} & 0 \end{array} \right\}_A$$

3.6.3 Liaison linéaire rectiligne

Deux degrés de liberté sont supprimés : la translation $\mathrm{T_Z}$ et la rotation $\mathrm{R_Y}$.

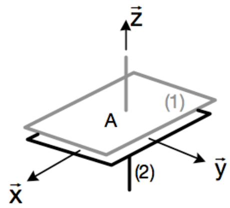


Le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2 est alors :

$$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & M_{1\to2} \\ Z_{1\to2} & 0 \end{array} \right\}_A$$

3.6.4 Liaison appui plan

Les degrés de liberté supprimés sont la translation $\mathrm{T_Z}$ et les rotations $\mathrm{R_X}$ et $\mathrm{R_Y}$.



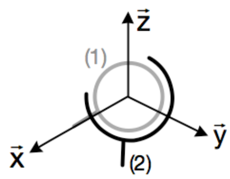
La liaison est donc capable de transmettre une force suivant Z et des moments autour des axes X et Y.

Le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2 s'écrira alors :

$$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & L_{1\to2} \\ 0 & M_{1\to2} \\ Z_{1\to2} & 0 \end{array} \right\}_A$$

3.6.5 Liaison rotule

Les trois translations sont supprimées. Il est donc possible dans cette liaison de transmettre une force dans les 3 directions.

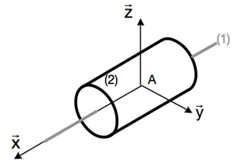


Le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2 s'écrira alors :

$$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to2} & 0 \\ Y_{1\to2} & 0 \\ Z_{1\to2} & 0 \end{array} \right\}_A$$

3.6.6 Liaison pivot glissant

Seules la translation T^{X} et la rotation R^{X} sont possibles.

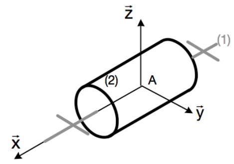


Le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2 s'écrira alors :

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_{1\to 2} & M_{1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & N_{1\to 2} \end{array} \right\}_A$$

3.6.7 Liaison pivot

Un seul degré de liberté subsiste, la rotation R^{X}.

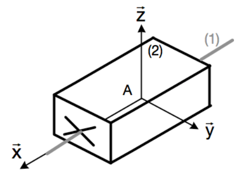


Les actions mécaniques transmissibles sont alors décrites par le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2, qui s'écrira :

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to 2} & 0 \\ Y_{1\to 2} & M_{1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & N_{1\to 2} \end{array} \right\}_A$$

3.6.8 Liaison glissière

Un seul degré de liberté subsiste, la translation R^{X}.



Les actions mécaniques transmissibles sont alors décrites par le torseur des actions mécaniques transmissibles de 1 sur 2, qui s'écrira :

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & L_{1\to 2} \\ Y_{1\to 2} & M_{1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & N_{1\to 2} \end{array} \right\}_A$$

3.7 Problème plan

Un problème sera dit "plan" lorsque le système étudié n'est soumis qu'à des forces dont les composantes sont dans le dit-plan, et à un moment dont l'axe est perpendiculaire au plan.

Les torseurs des actions mécaniques s'écriront alors, dans le cas d'un problème plan dans le plan $(A, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$:

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to 2} & 0 \\ Y_{1\to 2} & 0 \\ 0 & N_{1\to 2} \end{array} \right\}_A$$

4 Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Nous allons dans ce paragraphe détailler la méthodologie qu'il faudra systématiquement mettre en oeuvre lorsqu'il s'agira de résoudre un problème de statique.

Nous prendrons l'exemple du problème plan ci-dessous :

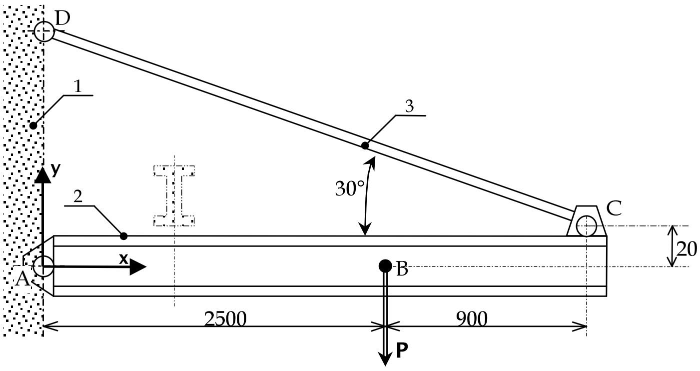


FIGURE 6 – Dessin de la potence

Une potence 2 est supportée par un mur 1 et par un tirant 3. Sur cette potence, en B, se situe un palan dont le poids est connu :

$\left\|\vec{P}\right\| = 2000\ daN$

Les points A, C et D sont des articulations, modélisées par des liaisons pivot.

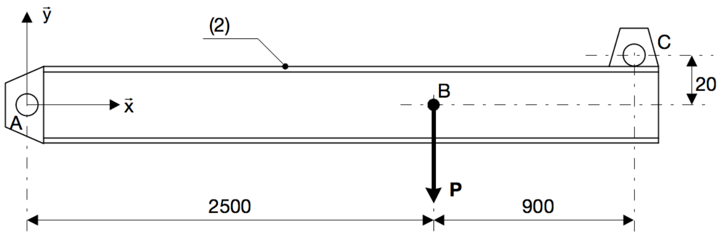
On néglige les poids de la potence 2 et du tirant 3.

4.1 Isolement du système étudié

Qu'il s'agisse d'un ensemble, d'un sous-ensemble, ou d'un composant seul, il est nécessaire de préciser *quel élément est isolé de l'extérieur* afin de mener son étude statique.

Il faut alors représenter cet élément isolé, afin de pouvoir effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'exercent.

Par exemple : *"On isole la potence 2"*



4.2 Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)

Le solide, ou l'ensemble de solides, isolé est soumis à des actions mécaniques **extérieures** qu'il va falloir recenser de façon exhaustive.

Ainsi, après avoir isolé la potence 2, le bilan des actions mécaniques fait apparaître :
- l'action en A de la liaison du bâti 1 sur la potence 2, modélisée par le torseur $\{\mathcal{T}_{1\to 2}\}$,
- l'action en C de la liaison du tirant 3 sur la potence 2, modélisée par le torseur $\{\mathcal{T}_{3\to 2}\}$,
- l'action en B de la charge $\vec{P}$, modélisée par le torseur $\{\mathcal{T}_{P\to 2}\}$.

On écrira ensuite l'expression des différents torseurs associés aux actions mécaniques identifiées, en utilisant les caractéristiques de l'action mécanique (liaison, action à distance, pression, ...).

Ainsi, dans le cadre de la potence, on écrirait (rappelons qu'il s'agit d'un modèle plan dans le plan $(A, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$, et qu'en conséquence toutes les composantes $Z_{i\to j}$, $L_{i\to j}$ et $M_{i\to j}$ des torseurs sont nulles).

Les liaisons $\mathscr{L}_{1/2}$ et $\mathscr{L}_{3/2}$ sont des liaisons pivot d'axes respectifs $(A, \overrightarrow{z})$ et $(C, \overrightarrow{z})$.

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to 2} & L_{1\to 2} \\ Y_{1\to 2} & M_{1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & 0 \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to 2} & 0 \\ Y_{1\to 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{T}_{3\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{3\to 2} & L_{3\to 2} \\ Y_{3\to 2} & M_{3\to 2} \\ Z_{3\to 2} & 0 \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{3\to 2} & 0 \\ Y_{3\to 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_C$$

$$\{\mathcal{T}_{P\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_B \text{ car } \vec{P} \text{ est vertical descendant.}$$

4.3 Résolution de l'équilibre

Il s'agit à présent d'écrire la condition d'équilibre de l'élément isolé.

Le **Principe Fondamental de la Statique (PFS)** énonce que dans un repère galiléen, pour tout système (S) en équilibre, le torseur de l'ensemble des actions mécaniques extérieures à ce système est nul en tout point :

Principe Fondamental de la Statique

On considère un ensemble de solides S. $\overline{S}$ représente l'extérieur de S.

S est en équilibre si

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\overline{S}\to S}\} = \{0\} = \left\{ \begin{array}{c} \sum \overrightarrow{F_{\overline{S}\to S}} = \vec{0} \\ \sum \overrightarrow{M_{P,\overrightarrow{F_{\overline{S}\to S}}}} = \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall P}}$$

Ainsi, dans le cas de la potence étudiée en exemple, le PFS s'écrira :

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} + \{\mathcal{T}_{3\to 2}\} + \{\mathcal{T}_{P\to 2}\} = \{0\}$$

Attention

Attention : comme pour tout torseur, cette addition de torseurs n'a de sens que si chaque torseur est exprimé au même point de réduction.

Appliquons le PFS au point A :

$$\{\mathcal{T}_{1\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1\to 2} & 0 \\ Y_{1\to 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{T}_{3\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{3\to 2} & 0 \\ Y_{3\to 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{3\to 2} & 0 \\ Y_{3\to 2} & 0 \\ 0 & -0.02X_{3\to 2} + 3.4Y_{3\to 2} \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{T}_{P\to 2}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -P & 0 \\ 0 & -2.5P \end{array} \right\}_A$$

L'équilibre de la potence amène alors aux équations suivantes :

$$\begin{cases} X_{1\to2} + X_{3\to2} = 0 \\ Y_{1\to2} + Y_{3\to2} - P = 0 \\ -0,02X_{3\to2} + 3,4Y_{3\to2} - 2,5P = 0 \end{cases}$$

Ce système de 3 équations à 4 inconnues **ne peut pour le moment être résolu**. Il faudrait alors *procéder à l'isolement d'un autre solide* ou ensemble de solides pour extraire d'autres équations.

4.4 Stratégie globale de résolution d'un problème de statique

Tout problème de statique se résout avec la stratégie suivante :

1. Identifier les liaisons existantes.
2. Isoler une partie du système.
3. Dessiner l'ensemble isolé.
4. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures, et écrire leurs torseurs.
5. Appliquer le Principe Fondamental de la Statique.
6. Ecrire le système d'équations qui en découle.
7. Eventuellement procéder à un nouvel isolement, jusqu'à posséder suffisamment d'équations pour déterminer l'ensemble des inconnues.

4.5 Quelques propriétés et cas particuliers

4.5.1 Actions réciproques

Si un solide S_1 exercice une force $\overrightarrow{F_{1\to2}}$ sur un solide S_2, alors ce solide S_2 exerce, par principe d'action et de réaction, une action mécanique $\overrightarrow{F_{2\to1}} = -\overrightarrow{F_{1\to2}}$

4.5.2 Solide soumis à 2 forces

Lorsque le bilan des actions mécaniques ne fait apparaître que 2 actions mécaniques s'exerçant sur le système étudié, alors ces actions sont égales et opposées : elles ont même direction, **qui passe par les deux points d'applications des force**. Elles sont de même intensité et de sens opposé.

5 Frottement et adhérence

5.1 Contact réel entre solides

Le contact entre deux solides n'est en réalité jamais un point ou une ligne du fait de la déformation des corps, aussi minime soit-elle.

Il y a alors présence d'une surface de contact au sein de laquelle les matériaux des deux solides vont interagir entre eux. Cette interaction dépend d'un grand nombre de paramètres, mais nous ne retiendrons dans ce cours que l'effet de l'effort normal s'appliquant d'un solide sur l'autre.

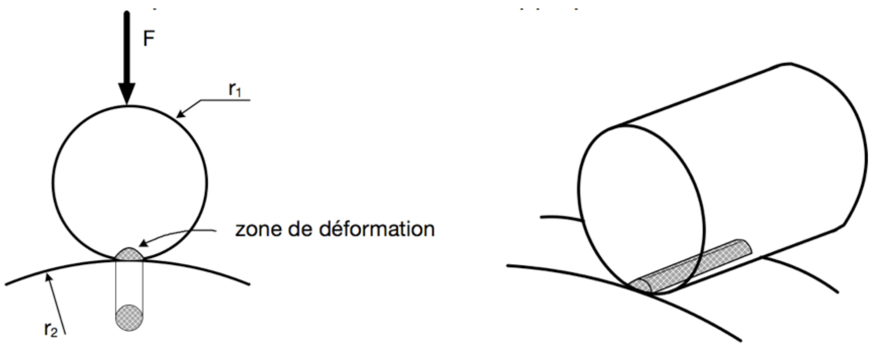


FIGURE 7 – Déformation au contact de deux solides

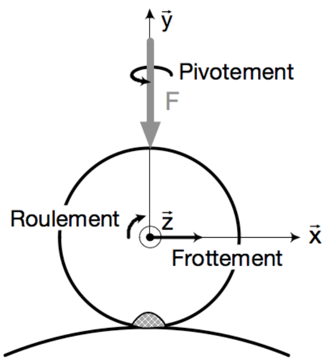


FIGURE 8 – Différents types de résistance

Nous verrons dans cette partie les lois qui permettent de modéliser :

- le frottement et l'adhérence ;
- la résistance au roulement d'un corps sur l'autre ;
- la résistance au pivotement ;

5.2 Frottement - Adhérence

5.2.1 Mouvements relatifs au contact de deux solides

On considère deux solides en contact au point I. Les éléments géométriques de ce contact sont le plan tangent (P_t) et la normale $\vec{n}$. Les mouvements qui vont créer des actions s'y opposant sont modélisées ci-dessous :

- Vitesse de glissement en I : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$ dans le plan tangent au contact
- Rotation de roulement : $\overrightarrow{\Omega_{2/1}^{RLT}}$ dans le plan tangent au contact
- Rotation de pivotement : $\overrightarrow{\Omega_{2/1}^{PVT}}$ sur la normale au contact

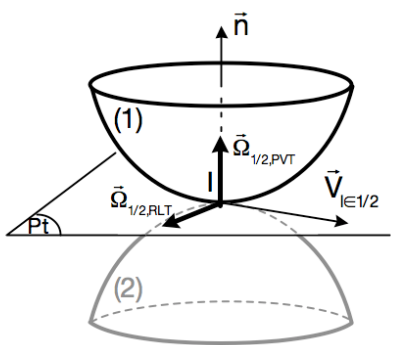
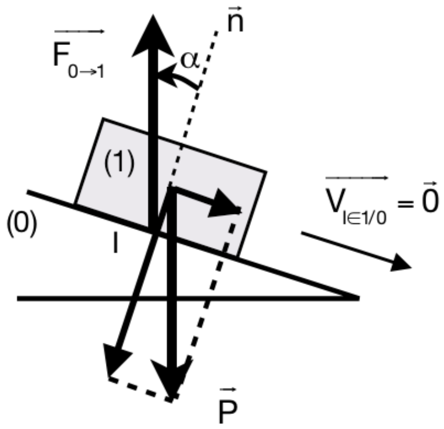


FIGURE 9 – Mouvements relatifs

Il y a souvent confusion entre frottement et adhérence, et il y a lieu de bien faire la différence entre ces termes.

5.2.2 Adhérence et frottement

Adhérence

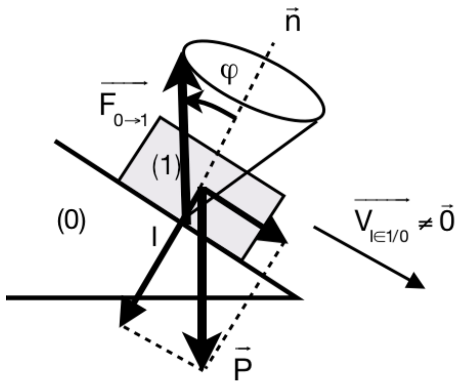


Il y a adhérence lorsque le mouvement relatif n'existe pas : *la vitesse de glissement est nulle*. Le contact génère une force qui empêche le mouvement d'exister.

En l'absence du phénomène d'adhérence, il existerait une vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{I\in1/0}}$. L'action $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ s'oppose à ce mouvement.

La résultante $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ est inclinée d'un angle α par rapport à la normale $\overrightarrow{n}$ au contact.

Frottement



Le contact ne peut s'opposer inconditionnellement au glissement, et il existe une valeur à partir de laquelle l'adhérence est rompue : il y a alors frottement.

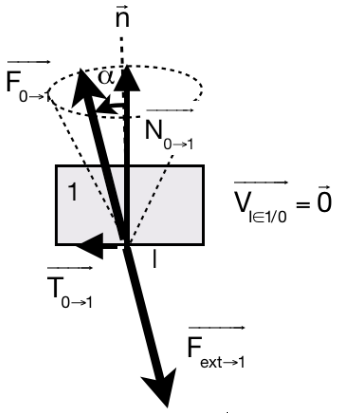
Le frottement est une force $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ *de sens opposé à la vitesse de glissement* $\overrightarrow{V_{I\in1/0}}$.

La résultante $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ est maintenant inclinée d'un angle φ par rapport à la normale $\overrightarrow{n}$ au contact. Cet angle φ **est une constante**, ne dépendant que des matériaux en contact.

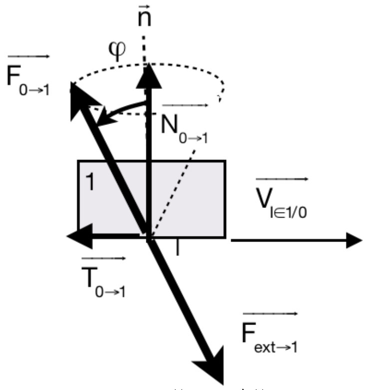
Ainsi, en cas de glissement, l'action $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ sera toujours située sur ce qui est appelé le "*cône de frottement*".

Décomposition de l'action de contact

Considérons un solide 1 en contact avec un solide 0. Isolons le solide 1, et intéressons-nous à l'action de contact entre ces deux solides, modélisée au point I : $\overrightarrow{F_{0\to1}} = \overrightarrow{N_{0\to1}} + \overrightarrow{T_{0\to1}}$



Adhérence : $\dfrac{\left\|\overrightarrow{T_{0\to1}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{N_{0\to1}}\right\|} < \tan\varphi$



Frottement : $\dfrac{\left\|\overrightarrow{T_{0\to1}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{N_{0\to1}}\right\|} = \tan\varphi$

5.2.3 Coefficients de frottement et d'adhérence

Cas du glissement

On appelle alors "*coefficient de frottement*" la valeur f adimensionnelle définie par :

$$f = \tan\varphi = \frac{T}{N}$$

où T désigne la norme de la composante tangentielle de la résultante, et N la norme de sa composante normale.

Lorsqu'il y a glissement, la résultante du contact entre les solides en glissement relatif est *toujours positionnée en limite du cône de frottement*, jamais à l'intérieur.

Ce coefficient est indépendant de la vitesse de glissement. Le tableau ci-dessous liste quelques coefficients de frottement usuels, qui sont fonction de la nature des matériaux en contact :

Contact	**Coefficient de frottement f**
Palier sur film d'huile	0,002 à 0,005
Métal sur métal, bien graissé	0,05 à 0,1
Métal sur métal, légèrement graissé	0,08 à 0,15
Métal sur métal, à sec	0,12 à 0,25
Cuir sur fonte ou acier, à sec	0,2 à 0,3
Bois ou ferrodo sur fonte ou acier, à sec	0,3 à 0,5
Pneu sur verglas	0,08 à 0,1
Pneu sur asphalte mouillé	0,25 à 0,35
Pneu sur asphalte lisse et sec	0,6 à 0,7
Pneu sur béton rugueux	0,8 à 1

Cas de l'adhérence

Lorsqu'il y a adhérence, on ne peut pas connaître la position de la résultante. On sait simplement que cette résultante se trouve à l'intérieur du cône de frottement :

$$\frac{T}{N} < f$$

Le cas limite correspond à $\dfrac{T}{N} = f$ alors que la vitesse de glissement est nulle : on parlera alors de *cas limite d'adhérence.*

Les coefficients d'adhérence et de frottement sont différents : le coefficient d'adhérence est supérieur au coefficient de frottement. Par commodité, ces deux coefficients seront toutefois souvent supposés égaux.

Frottement et adhérence

Lorsqu'il y a adhérence, $\dfrac{\left\|\overrightarrow{T_{0\to1}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{N_{0\to1}}\right\|} < f$: $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ est *à l'intérieur du cône*

Lorsqu'il y a frottement, $\dfrac{\left\|\overrightarrow{T_{0\to1}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{N_{0\to1}}\right\|} = f$: $\overrightarrow{F_{0\to1}}$ est *sur le cône*

5.3 Résistance au roulement

5.3.1 Origine de la résistance au roulement

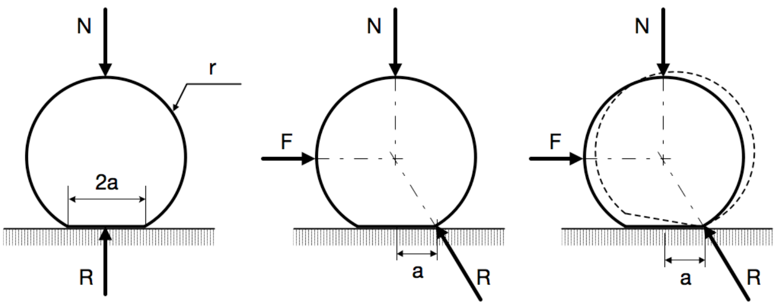


FIGURE 10 – Résistance au roulement

La déformation d'un cylindre de rayon r sous l'effet d'une action normale $\vec{N}$ se traduit par une surface de contact rectangulaire de demi-largeur a, qui s'oppose au roulement.
La réaction du sol $\vec{R}$, décalée de la distance a de la normale au contact, crée un couple qui doit être contré par le couple généré par l'effort $\vec{F}$.

La limite de l'équilibre correspond à l'égalité $r\left\|\vec{F}\right\| = a\left\|\vec{N}\right\|$

5.4 Définition du couple de résistance au roulement

La résistance au roulement est définie par le couple $C_{0\to1}^{RLT} = \delta\left\|\vec{N}\right\|$, où δ est appelé *coefficient de résistance au roulement* (unité : m).

Le tableau ci-dessous liste quelques valeurs usuelles de coefficients de résistance au roulement :

Matériau	**Diamétre (mm)** f	δ (m)
Rouleau (bois sur bois)	200	0.5 à 1.5
Roue de wagon sur rail sec	800	0.5 à 1
Galet de pont roulant sur rail	250 à 400	0.2 à 0.7
Pneu sur route	600	2 à 5

Résistance au roulement

Couple de roulement : $C_{0\to1}^{RLT} = \delta \left\|\vec{N}\right\|$