

On idéalise le fonctionnement du moteur en considérant que le système fermé constitué de  $n$  moles de gaz parfait parcourt le cycle réversible suivant (se reporter au diagramme de Watt donné à la figure 2) :

- Compression adiabatique de A à B ;
- La combustion démarre en B et il s'ensuit une première phase de B à C isochore ;
- La combustion se poursuit dans une phase isobare de C à D ;
- Détente adiabatique de D à E ;
- Phase isochore de E à A.

La combustion est prise en compte de façon abstraite : on ne se préoccupe pas des modifications dans la composition du système dues à la réaction chimique ; on considère que la combustion est équivalente à un apport de chaleur au gaz effectuant le cycle, durant les phases B  $\rightarrow$  C et C  $\rightarrow$  D.

On adopte les notations suivantes :  $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$  ;  $\lambda = \frac{P_C}{P_B}$  ;  $\varepsilon = \frac{V_D}{V_C}$ .

On notera  $C_{vm}$  la capacité thermique molaire à volume constant de l'air,  $C_{pm}$  la capacité thermique molaire à pression constante et  $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ . On prendra  $\gamma = 1,35$ .

Les différentes valeurs des pressions et des volumes sont indiquées sur le schéma. On notera de même  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  et  $T_E$  les températures respectives des points A, B, C, D et E.

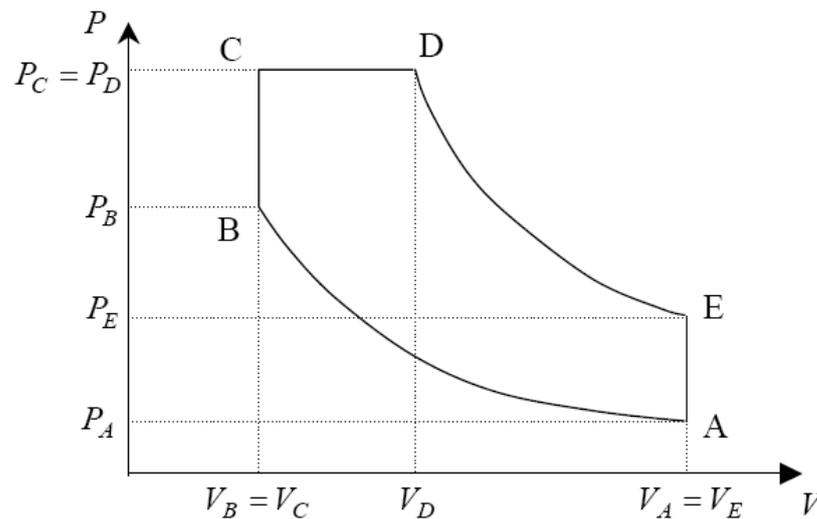


Figure 2

- 1 Écrire la relation entre  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  et  $\gamma$ .
- 2 Exprimer la chaleur  $Q_{AB}$  et le travail  $W_{AB}$  reçus par le gaz pendant la transformation  $A \rightarrow B$ . On exprimera le résultat en fonction de  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  et  $\gamma$ .
- 3 Exprimer la chaleur  $Q_{BC}$  et le travail  $W_{BC}$  reçus par le gaz pendant la transformation  $B \rightarrow C$ . On exprimera le résultat en fonction de  $n$ ,  $C_{vm}$ ,  $T_B$  et  $T_C$ .
- 4 Exprimer la chaleur  $Q_{CD}$  reçue par le gaz pendant la transformation  $C \rightarrow D$ . On exprimera le résultat en fonction de  $n$ ,  $C_{pm}$ ,  $T_C$  et  $T_D$ .
- 5 Exprimer les chaleurs  $Q_{DE}$  et  $Q_{EA}$  reçues par le gaz pendant les transformations  $D \rightarrow E$  et  $E \rightarrow A$ . Exprimer le résultat en fonction des températures des points extrêmes de la transformation étudiée, de  $n$  et des capacités thermiques molaires.
- 6 Que vaut la variation d'énergie interne  $\Delta U$  sur un cycle complet (ABCDEA) ?
- 7 En déduire le travail total  $W$  reçu par le gaz au cours d'un cycle en fonction des chaleurs reçues définies dans les questions précédentes.
8. On définit le rendement  $\rho$  d'un moteur thermique comme le rapport entre le travail fourni par le gaz au milieu extérieur et la quantité de chaleur reçue par le gaz lors de la combustion, on a alors
 
$$\eta = \frac{-W}{Q_{BC} + Q_{CD}}.$$
 Exprimer ce rendement uniquement en fonction des chaleurs reçues définies dans les questions précédentes.

*On peut s'arrêter ici : le plus formateur est fait.*

*La suite est très calculatoire. Elle permet d'exprimer le rendement uniquement en fonction des coefficients de construction du moteur :  $\alpha$ ,  $\epsilon$  et  $\lambda$ .*

- 9 Exprimer  $T_B$  en fonction de  $T_A$ ,  $\gamma$  et  $\alpha$ .
- 10 Exprimer  $T_C$  en fonction de  $T_A$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$  et  $\lambda$ .
- 11 Exprimer  $T_D$  en fonction de  $T_A$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\epsilon$  et  $\lambda$ .
- 12 Exprimer  $T_E$  en fonction de  $T_A$ ,  $\gamma$ ,  $\epsilon$  et  $\lambda$ .
- 13 Montrer alors que le rendement peut s'écrire :

$$\eta = 1 - \frac{\lambda \epsilon^\gamma - 1}{\alpha^{\gamma-1} [\lambda - 1 + \gamma \lambda (\epsilon - 1)]}.$$