

On s'intéresse dans cette partie aux propriétés thermodynamiques de l'atmosphère et aux conditions de développement d'un nuage. Dans toute cette partie, on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On oriente l'axe des z selon la verticale ascendante.

Données :

- ★ Pression atmosphérique au niveau du sol : $P_0 = 1010 \text{ hPa}$
- ★ Valeur du champ de pesanteur terrestre : $g \simeq 10 \text{ N.kg}^{-1}$
- ★ Masse molaire de l'air : $M_{air} \simeq 30 \text{ g.mol}^{-1}$
- ★ Coefficient isentropique : $\gamma = 1,4$
- ★ Température de l'atmosphère au niveau du sol : $T_0 = 300 \text{ K}$
- ★ Viscosité dynamique de l'air : $\eta_{air} \simeq 2.10^{-5} \text{ Pa.s}$
- ★ Constante des gaz parfaits : $R \simeq 10 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Aide aux calculs pour la partie 2

$0,4/1,4 \simeq 0,3$	$1/9 \simeq 0,11$	$\sqrt{10} \simeq 3,2$	$12040/1,205 \simeq 9990$
----------------------	-------------------	------------------------	---------------------------

2.1 Profil de température au sein d'une colonne d'air

Dans la basse atmosphère (troposphère) où se développent les orages, l'air peut être assimilé à un gaz parfait. On suppose que l'ascension d'une parcelle d'air de volume mésoscopique V depuis la surface de la Terre à la pression P_0 et à la température T_0 , jusqu'à une altitude z à la pression $P(z)$, peut être assimilée à une détente adiabatique et mécaniquement réversible. Le champ de pesanteur est supposé uniforme et noté $\vec{g} = -g\vec{e}_z$, l'axe des z étant orienté selon la verticale ascendante. On note $\rho(z)$ et $P(z)$ la masse volumique et la pression de l'air à l'altitude z , M_{air} la masse molaire de l'air et $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ le rapport supposé constant entre les capacités thermiques massiques à pression constante et à volume constant de l'air.

13) Donner la relation scalaire de la statique des fluides reliant la variation de pression dP et la variation d'altitude dz en fonction de $\rho(z)$ et g .

14) Montrer que la masse volumique $\rho(z)$ de l'air à une altitude z peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(z) = \frac{M_{air}P(z)}{RT(z)} \quad (1)$$

15) Enoncer la loi de Laplace en fonction de la température T , de la pression P et de γ . Préciser ses hypothèses d'application.

16) En déduire la relation suivante :

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} \quad (2)$$

17) En combinant les équations obtenues précédemment, montrer qu'on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dz} = -\Gamma \text{ avec } \Gamma = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{M_{air}g}{R} \quad (3)$$

Calculer Γ et préciser son unité.

18) On appelle T_0 la température de l'air à l'altitude $z = 0 \text{ m}$. Exprimer $T(z)$ en fonction de T_0 , Γ et z .

2.2 Instabilité de l'atmosphère et formation des nuages

Les nuages, et en particulier les nuages d'orage (cumulo-nimbus), se développent lorsque l'atmosphère est instable. Afin de déterminer à quelle condition l'atmosphère est stable ou non, on s'intéresse au mouvement d'une parcelle d'air de volume mésoscopique V de masse volumique ρ_p . On appelle ρ_e la masse volumique de l'air environnant.

19) Cette parcelle d'air de volume mésoscopique V est soumise à son poids et à la résultante des forces pressantes. Exprimer ces forces en considérant que la pression ne dépend que de z , les représenter sur votre copie.

20) En déduire que la résultante des forces massiques s'exerçant sur un volume V d'air humide s'écrit :

$$a_z = -g - \frac{1}{\rho_p} \frac{dP}{dz} \quad (4)$$

21) Montrer, en utilisant la relation de la statique des fluides pour l'air entourant la parcelle, que la résultante des forces massiques peut se mettre sous la forme :

$$a_z = g \frac{\rho_e - \rho_p}{\rho_p} \quad (5)$$

En météorologie, cette résultante s'appelle la flottabilité de la parcelle.

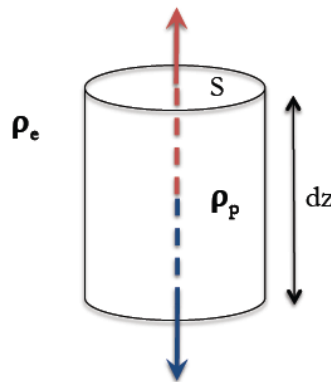


Figure 2 : Représentation des forces s'exerçant sur une parcelle de volume mésoscopique V d'air humide

22) En considérant l'évolution mécaniquement réversible, montrer que la flottabilité a_z peut également s'écrire :

$$a_z = g \frac{T_p - T_e}{T_e} \quad (6)$$

où T_p et T_e représentent respectivement les températures à l'altitude z de la parcelle et de son air environnant.

23) En utilisant le résultat de la question 18), donner les expressions de $T_p(z)$ et $T_e(z)$ en fonction de l'altitude z , de la température au sol T_0 et des gradients verticaux de température Γ_p et Γ_e pour l'air humide constituant la parcelle et pour l'air constituant son environnement.

24) En déduire finalement que la flottabilité de la parcelle peut se mettre sous la forme :

$$a_z = g \frac{\Gamma_e - \Gamma_p}{T_e} \cdot z \quad (7)$$