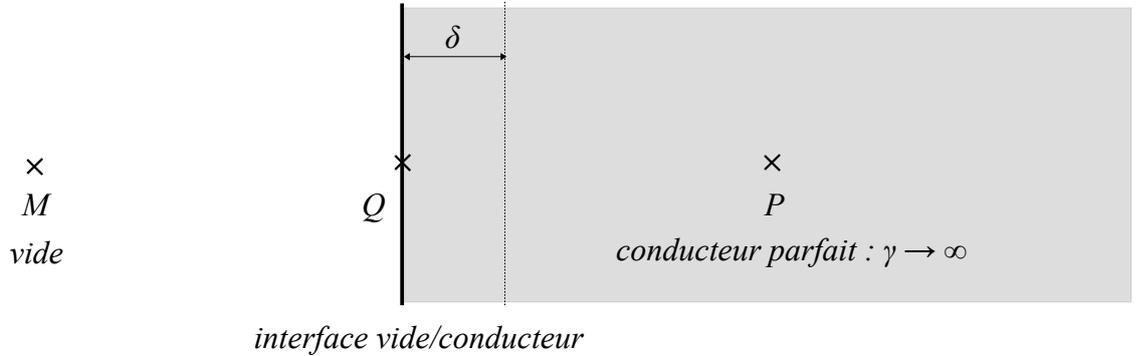


I. Le modèle du conducteur parfait



Définition : on appelle conducteur parfait, un conducteur dont la conductivité électrique est infinie.

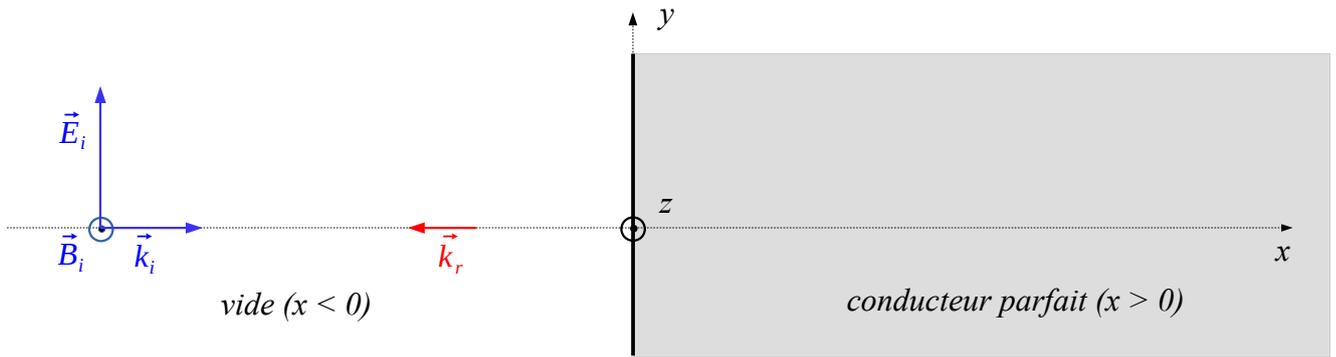
Propriétés d'un conducteur parfait : $\forall (P, t), \begin{cases} \vec{E}(P, t) = \vec{0} \\ \vec{B}(P, t) = \vec{0} \\ \rho(P, t) = 0 \\ \vec{j}(P, t) = \vec{0} \end{cases} ; \triangleq \text{a priori } \begin{cases} \sigma(Q, t) \neq 0 \\ \vec{j}_s(Q, t) \neq \vec{0} \end{cases}$

Remarques :

- on montrera que $\vec{E}(P, t)$ et $\vec{B}(P, t)$ sont non nuls sur une épaisseur de peau $\delta \xrightarrow{y \rightarrow \infty} 0$ (TD5 ex4) ;
ouf >>> 1
- Par (MG), $\text{div}_P \vec{E} = \frac{\rho(P, t)}{\epsilon_0}$ et $\vec{E}(P, t) = \vec{0}$ donc $\rho(P, t) = 0$;
- Par (MA), $\text{rot}_P(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}(P, t) + \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)_P$ donc $\vec{j}(P, t) = \vec{0}$;
- Ce sont ces propriétés qui démontrent le blindage d'une cage de Faraday pour une onde électromagnétique.

II. Réflexion sous incidence normale d'une OPPMPR sur un conducteur parfait

1. Position du problème (énoncé d'exercice)



- On considère une onde incidente telle que $\forall x < 0, \vec{E}_i = E_i \cos(\omega_i t - k_i x + \phi) \vec{u}_y = E_i \cos(\omega_i t - k_i x) \vec{u}_y$ (en prenant l'origine des temps tel que $\phi = 0$).

Comme il s'agit d'une OPPMPR, $\forall x < 0,$

$$\begin{cases} \vec{k}_i = k_i \vec{u}_x ; k_i = \frac{\omega_i}{c} \\ \vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega_i} = \frac{E_i}{c} \cos(\omega_i t - k_i x) \vec{u}_z \end{cases}$$

- On suppose que l'onde réfléchie prend la forme :

$$\forall x < 0, \begin{cases} \vec{k}_r = -k_r \vec{u}_x ; k_r = \frac{\omega_r}{c} \\ \vec{E}_r = E_{ry} \cos(\omega_r t + k_r x + \phi_y) \vec{u}_y + E_{rz} \cos(\omega_r t + k_r x + \phi_z) \vec{u}_z \\ \vec{B}_r \end{cases}$$

Remarque : cette écriture suppose que l'onde reste monochromatique, ce qui est logique par linéarité des équations mises en jeu : \vec{E}_i met en mouvement les électrons libres en $x=0$ donc $\vec{j}_s \neq \vec{0}$ par loi d'Ohm locale $\Rightarrow \vec{B}_r$ variable par (MA) $\Rightarrow \vec{E}_r$ par (MF). Il s'agit d'un RSF de pulsation ω_i et les lois physiques utilisées étant linéaires, $\omega_r = \omega_i$!

- Par principe de superposition, le champ électromagnétique total (ou résultant) dans le vide est :

$$\forall x < 0, \begin{cases} \vec{E}_{tot}(x, t) = \vec{E}_i(x, t) + \vec{E}_r(x, t) \\ \vec{B}_{tot}(x, t) = \vec{B}_i(x, t) + \vec{B}_r(x, t) \end{cases}$$

2. Relation de passage pour \vec{E} (conditions aux limites en $x=0$)

- En appliquant la relation de passage pour \vec{E}_{tot} :
 - Démontrer que la densité surfacique de charge est nulle en $x=0$;
 - Démontrer que $E_{rz} = 0$;
 - Démontrer que $\forall x < 0, \vec{E}_r = -E_i \cos(\omega t + kx) \vec{u}_y$ où $\omega = \omega_i$.
- En déduire l'expression de $\vec{B}_r(x, t)$.

Conclusion : la réflexion sous incidence normale d'une OPPMPR sur un conducteur parfait donne :

- $\forall (Q, t), \sigma(Q, t) = 0$;
- l'onde réfléchie est une OPPMPR de même pulsation, polarisation et amplitude que l'onde incidente ;
- le champ électrique subit un déphasage de π à la réflexion ;
- le champ magnétique ne subit pas de déphasage à la réflexion.

3. Relation de passage pour $\vec{B} \Rightarrow$ existence de $\vec{j}_s(Q)$

3. En appliquant la relation de passage pour \vec{B}_{tot} , démontrer l'existence d'un vecteur densité surfacique de courant en $x=0$ et donner son expression.

Conclusion : la réflexion sous incidence normale d'une OPPMPR sur un conducteur parfait crée un courant surfacique de même direction et de même pulsation que le champ électrique incident.

Remarque : la présence de $\vec{j}_s(x=0)$ est logique par la loi de Coulomb en $x=0$ ($\vec{F}_{e-} = q_{e-} \vec{E}_i$) ou par la loi d'Ohm locale en $x=0$ ($\vec{j}_s \delta \simeq \gamma \vec{E}_i$).

4. Champ électromagnétique résultant

4. En utilisant le principe de superposition, calculer $\forall x < 0, \vec{E}_{tot}(x, t)$. Quelle est la nature de l'onde électrique résultante ?

Donnée : $\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$.

5. En déduire la position des nœuds du champ électrique total $\forall x < 0$.

6. Donner l'expression $\forall x < 0, \vec{B}_{tot}(x, t)$. Quelle est la nature de l'onde magnétique résultante ?

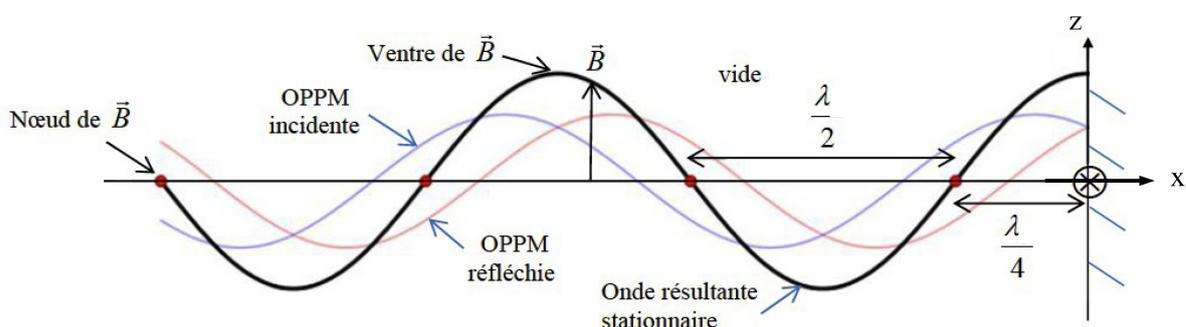
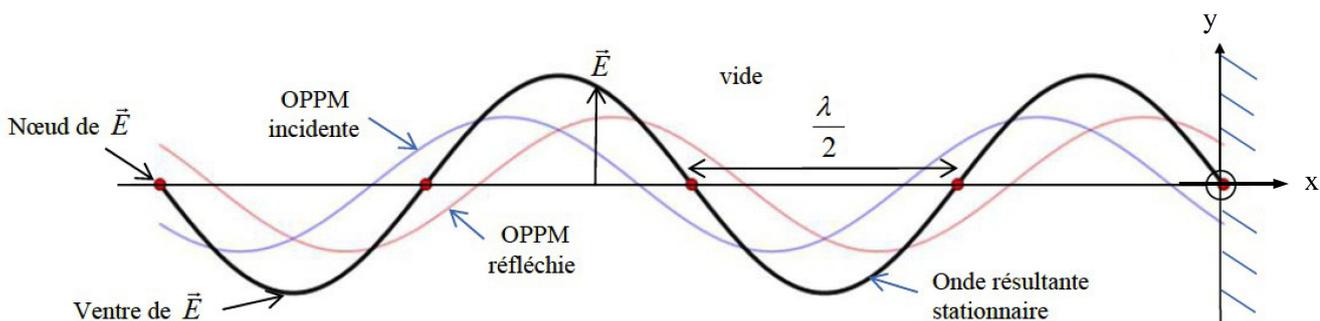
Donnée : $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$.

Remarques :

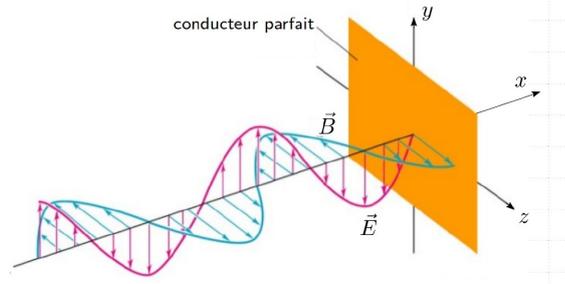
- \triangle On ne peut pas utiliser $\vec{B}_{tot} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}_{tot}}{\omega}$ car l'OEM résultante n'est pas une onde progressive (d'ailleurs, comment définirait-on son \vec{k} ?!).
- Toutes ces démonstrations peuvent être réalisées avec la notation complexe puisqu'il s'agit d'un RSF où toutes les lois sont linéaires. Il suffit de poser $\forall x < 0, \vec{E}_i = E_i e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_y$ avec $j^2 = -1$; cf ex1 TD.

Conclusion : la réflexion sous incidence normale d'une OPPMPR sur un conducteur parfait donne :

- le champ électromagnétique résultant est une onde stationnaire ;
- le plan conducteur parfait est un nœud pour \vec{E}_{tot} et un ventre pour \vec{B}_{tot} ;
- la longueur d'onde de l'onde stationnaire est la même que celle du champ incident : $\lambda = \lambda_i$.

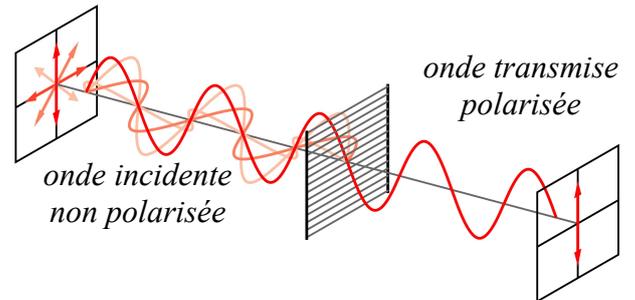


Représentation du champ électromagnétique résultant à 3D à un instant t :



Remarque : on peut aller plus loin en illustrant le fonctionnement du polariseur le plus simple :

- la grille métallique permet un \vec{j}_s suivant (Oy) donc les OPPMPR dont le champ \vec{E} est polarisé suivant \vec{u}_y sont réfléchies ;
- cette grille ne permet pas de \vec{j}_s suivant (Oz) donc les OPPMPR dont le champ \vec{E} est polarisé suivant \vec{u}_z sont transmises.



En sortie de la grille, on observe donc des ondes polarisées rectilignement. Il s'agit de la construction la plus simple d'un polariseur.

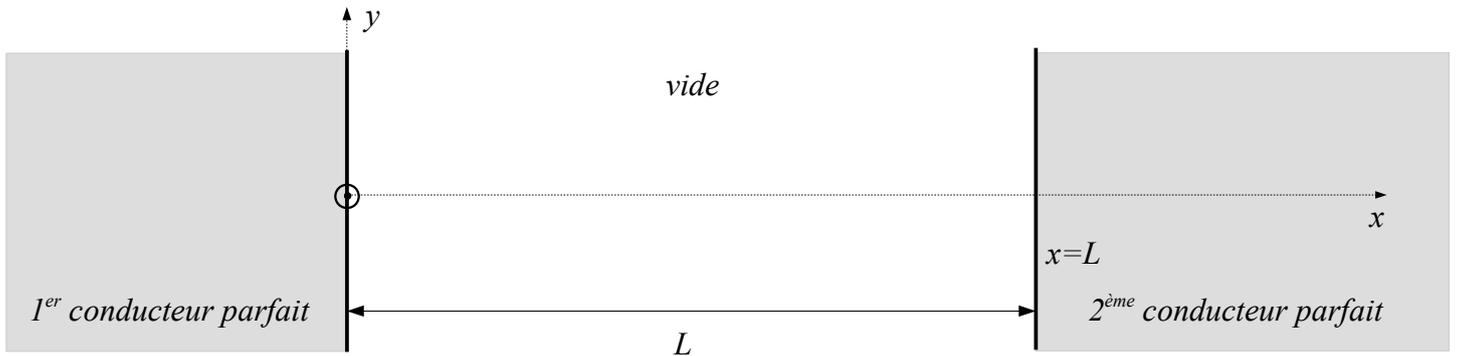
C'est ce qui explique aussi qu'une cage de Faraday (un quadrillage métallique ou approchant) suffit pour le blindage électromagnétique :



la porte d'un micro-onde est une grille métallique qui permet la fermeture de la cage de Faraday

III. Cavity à une dimension (analogie avec M6, corde de Melde)

1. Situation physique



- D'après la partie II, le 1^{er} plan implique une onde stationnaire de $\lambda = \lambda_i$.
- Le 2^{ème} plan quantifie la longueur d'onde de l'onde stationnaire (nouveau nœud de \vec{E} imposé à une distance L).

Seules certaines longueurs d'ondes λ_n bien précises peuvent exister au sein de la cavité : on parle de modes propres de la cavité.

2. Modes propres

modes propres	représentation de l'enveloppe de \vec{E}_{tot} dans (Oxy)	représentation de l'enveloppe de \vec{B}_{tot} dans (Oxz)
$n = 1$ fondamental		
$n = 2$ 1ère harmonique		

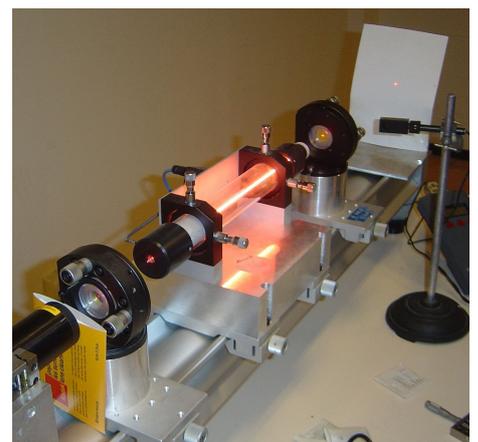
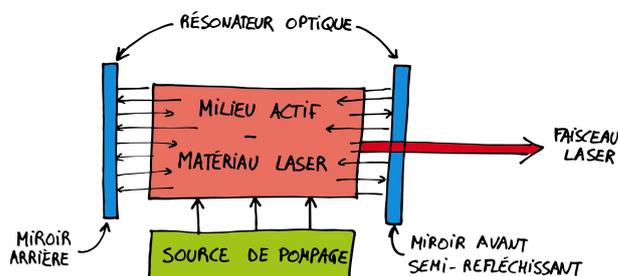
$$n^{\text{ème}} \text{ mode propre : } \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

On trouve les fréquences des modes propres par $c = \lambda f$ d'où $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \frac{c}{2L}$.

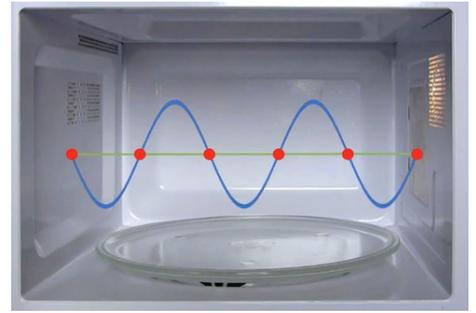
Le spectre d'une OEM quelconque au sein d'une cavité est uniquement constitué des fréquences propres f_n .

Utilisations d'une cavité résonante pour les OEM :

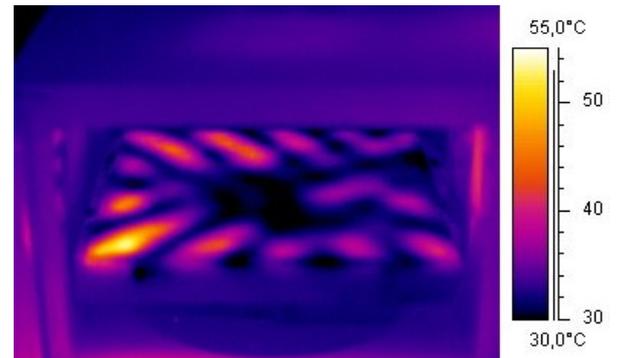
- le laser (principe énoncé par Einstein en 1917 mais mis en pratique pour la première fois en 1953) ;



- le magnétron des radars (1935-1940) ;
- le four à micro-onde :
 - on peut mesurer λ et donc f !
 - Δ pas de métaux « standards » dans un micro-onde : \vec{E}_{tot} (cavité) intense + effet de pointe (bouts d'une fourchette par exemple) \Rightarrow claquages dans le micro-ondes !!!



Remarque : pour le micro-onde, la forme des ondes stationnaires peut être différente de celle d'une cavité à 1D en fonction de la géométrie de sa fabrication (voir des vidéos sur les lignes nodales ou les figures de Chladni dans le domaine des ondes mécaniques voire acoustiques).



3. Par le calcul ...

Le plan en $x=0$ implique une forme du champ électrique total en $\vec{E}(x,t) = E \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y, \forall x \in [0, L]$ (cf II.4).

Rajoutons la condition aux limites en $x=L$: $\forall t, \vec{E}(x=L,t) = \vec{0}$
 donc $\sin(kx) = 0$ en $x=L$
 soit $k_n L = n\pi$

$$\text{d'où } k_n = n \frac{\pi}{L} \text{ et } \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

Remarque : ici $E = (N+1)E_i$ où N est le nombre de réflexions subies donc dans le cas idéal, $E \rightarrow \infty$. Dans la réalité, $E \gg E_i$ mais n'est pas infini : on parle de « cavité résonante ». Les pertes proviennent, par exemple, de l'effet Joule dû à \vec{j}_s sur δ (pour la corde de Melde, les pertes proviennent des frottements).