

I. Les équations de Maxwell

On énonce ici les équations de Maxwell qui régissent l'évolution spatio-temporelle d'un champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t); \vec{B}(M, t))$. Elles sont au nombre de 4, on leur attribuera donc un nom :

- **Maxwell-Gauss (MG)** : $\text{div}_M(\vec{E}(M, t)) = \frac{\rho(M, t)}{\epsilon_0}$;
- **Maxwell-Faraday (MF)** : $\vec{rot}_M(\vec{E}(M, t)) = -\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)_{(M, t)}$;
- **Maxwell-flux magnétique (MΦ)** : $\text{div}_M(\vec{B}(M, t)) = 0$ (parfois appelée Maxwell-Thomson) ;
- **Maxwell-Ampère (MA)** : $\vec{rot}_M(\vec{B}(M, t)) = \mu_0 \vec{j}(M, t) + \mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)_{(M, t)}$;

où ϵ_0 est la permittivité du vide, s'exprime en $F.m^{-1}$ et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H.m^{-1}$ la perméabilité du vide ; on montrera (EM 5) qu'elles sont liées par : $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

On a alors $\epsilon_0 \simeq 8,85.10^{-12} F.m^{-1}$.

Ces équations sont locales et vérifiées $\forall(M, t)$, on pourra utiliser des notations moins lourdes par la suite :

- $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$;
- $\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$;
- $\text{div } \vec{B} = 0$;
- $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Remarque : on admettra que ces équations sont vérifiées quel que soit le milieu considéré (sauf les milieux magnétiques ...) à condition de remplacer la permittivité et la perméabilité du vide par celles du milieu considéré.

L'ensemble des équations de Maxwell sont linéaires ! On pourra alors utiliser des propriétés importantes qui en découlent :

- le principe de superposition ;
- la notation complexe en régime sinusoïdale forcé ;
- les séries de Fourier.

II. Les équations de Maxwell en statique

Si la densité volumique de charge $\rho(M)$ et le vecteur densité de courant $\vec{j}(M)$ sont indépendants du temps et que le régime stationnaire est atteint alors le champ électromagnétique $(\vec{E}(M); \vec{B}(M))$ est aussi indépendant du temps, on obtient les équations de Maxwell de la statique :

- MG : $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$;
- MF : $\vec{rot}(\vec{E}) = \vec{0}$;
- MΦ : $\text{div } \vec{B} = 0$;
- MA : $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$.

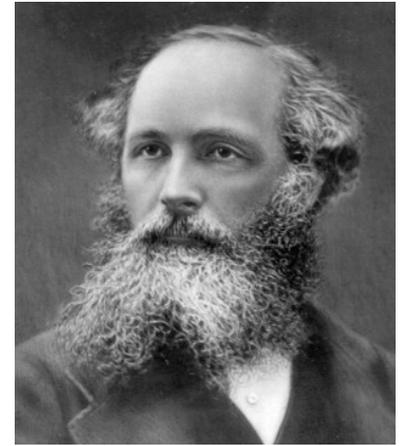
En statique, l'évolution spatiale du champ électrique est totalement décorrélée de celle du champ magnétique et inversement : on parle d'**électrostatique** (EM1) et de **magnétostatique** (EM3).

- James Clerk Maxwell : Écossais 1831-1879

Physicien et mathématicien écossais. Il est principalement connu pour avoir unifié en un seul ensemble d'équations (les équations de Maxwell) l'électricité, le magnétisme et l'induction.

Il est également célèbre pour avoir interprété, dans un article scientifique, la lumière comme étant un phénomène électromagnétique en s'appuyant sur les travaux de Michael Faraday. Il a notamment démontré que les champs électriques et magnétiques se propagent dans l'espace sous la forme d'une onde et à la vitesse de la lumière.

Ces découvertes permirent d'importants travaux ultérieurs notamment en relativité restreinte et en mécanique quantique.



Il a également développé la distribution de Maxwell, une méthode de description de la théorie cinétique des gaz en physique statistique.

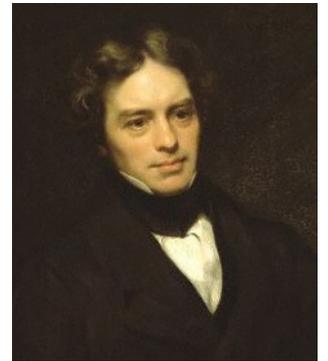
En 1931, pour le centenaire de la naissance de Maxwell, Einstein décrivait les travaux de Maxwell comme les « plus profonds et fructueux que la physique ait connus depuis le temps de Newton ».

- Michael Faraday : Anglais 1791-1867

Physicien et chimiste britannique autodidacte, connu pour ses travaux fondamentaux dans le domaine de l'électromagnétisme

- Carl Friedrich Gauss : Allemand 1777-1855

Mathématicien, astronome et physicien allemand. Il a apporté de très importantes contributions à ces trois domaines. Surnommé « le prince des mathématiciens », il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.



- André-Marie Ampère : Français 1775-1836

Mathématicien, physicien, chimiste et philosophe français. Il a été membre de l'Académie des sciences, ainsi que professeur à l'École polytechnique et au Collège de France.

Autodidacte, Ampère contribue au développement des mathématiques en les introduisant en physique. Il fait d'importantes découvertes dans le domaine de l'électromagnétisme. Il en édifie les fondements théoriques et découvre les bases de l'électronique de la matière. Il est également l'inventeur de nombreux dispositifs et appareils tels que le solénoïde, le télégraphe électrique et l'électroaimant.

Ampère est considéré comme le précurseur de la mathématisation de la physique, et comme l'un des derniers savants universels

