

En général, la méthodologie de résolution est la suivante :

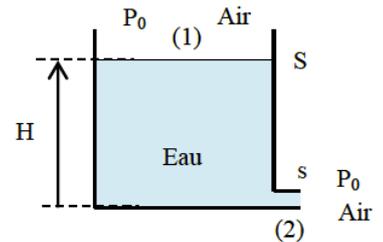
- relation de Bernoulli si pas de pièce mobile avec écoulement parfait, stationnaire et incompressible ;
- conservation du débit volumique (écoulement stationnaire et incompressible) ou définition du débit volumique.

On modifie la relation de Bernoulli si présence de pièces mobiles ou perte de charge (ex 4 et 5).

Exercice 1 : Théorème de Torricelli

On considère un grand réservoir de section S contenant une hauteur H d'eau. Une petite ouverture de section $s \ll S$ située au bas du réservoir permet la vidange du réservoir.

L'eau est assimilée à un fluide parfait incompressible ; vue la taille du réservoir devant celle de l'ouverture, on peut considérer que l'écoulement est quasi-stationnaire.



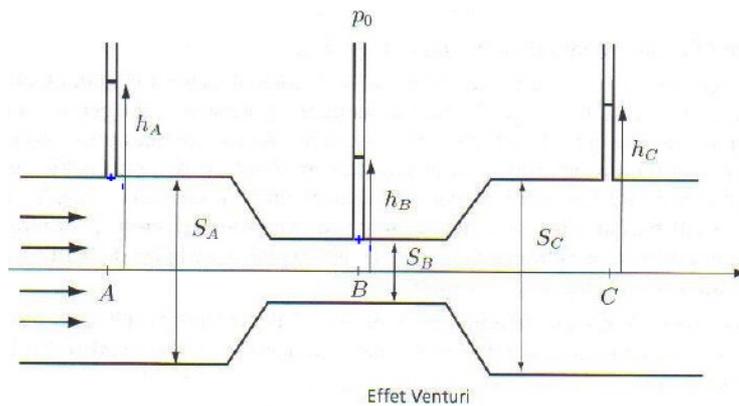
Déterminer la vitesse de l'eau à la sortie (2) en fonction de g et H . On parle de théorème ou de formule de Torricelli.

Remarque : ceci constitue les premiers chronomètres historiques (la clepsydre, inventée par les grecs).

Exercice 2 : Effet Venturi et débit mètre

On considère le dispositif à tube de Venturi monté sur une canalisation cylindrique de section S_A . Ce tube comporte un tube convergent, un tube cylindrique de section S_B et un tube divergent.

On réalise des prises de pression statique : petites ouvertures dans la paroi du tube, surmontées d'un tube fin ouvert sur l'air extérieur.



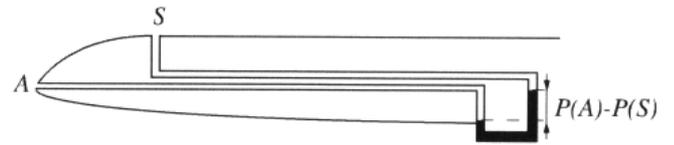
On considère de l'eau en écoulement parfait, incompressible et stationnaire dans la canalisation. On note ρ sa masse volumique.

1. Déterminer P_B la pression en B en fonction de P_A la pression en A , ρ , v_A la vitesse de l'eau en A , S_A et S_B . Comparer P_B à P_A : on parle d'effet Venturi.
2. En supposant que dans une direction perpendiculaire à l'écoulement, la répartition est hydrostatique, déterminer v_A en fonction de ρ , g , h_A , h_B , S_A et S_B . On a réalisé un débit mètre.
3. Pourquoi observe-t-on $h_C < h_A$?

Remarque : l'effet Venturi a des applications multiples : portance des avions, pulvérisateur de parfum, pistolet à peinture, carburateur de voiture, filtration sous vide ...

Exercice 3 : Tube de Pitot

On place un tube de Pitot sur l'aile d'un avion pour déterminer sa vitesse. On se place dans le référentiel tel que le tube de Pitot soit immobile. Un manomètre donne la mesure de la différence de pression $\Delta p = p_{(A)} - p_{(S)}$. Le point A est un point d'arrêt et le point S est assez éloigné de A pour que l'écoulement n'y soit pas perturbé.



Soient p_0 , μ_0 , et v_0 les caractéristiques du fluide loin du tube. On suppose l'écoulement stationnaire, homogène et parfait.

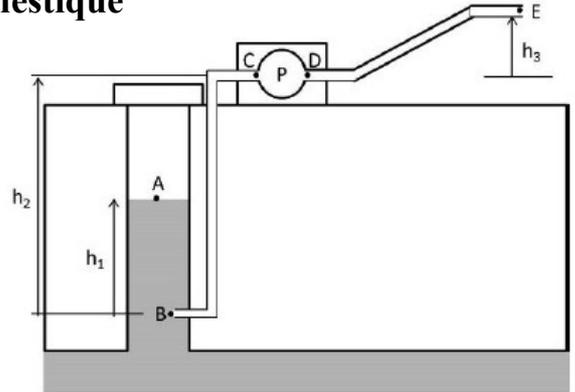
Exprimer v_0 en fonction de Δp et μ_0 .

Exercice 4 : Pompe hydraulique pour installation domestique

Un dispositif de captage d'eau fonctionne autour d'une pompe P connectée à un circuit d'aspiration (BC) et un circuit de refoulement (DE). L'exercice vise à déterminer la puissance de la pompe nécessaire pour pouvoir alimenter une maison en eau avec une pression suffisante.

Le circuit d'aspiration assure la prise d'eau au point B situé au fond d'un puits alimenté par une nappe phréatique. La surface au point A est supposée immobile et à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$.

Les différentes hauteurs sont $h_1 = 1,5 \text{ m}$, $h_2 = 6 \text{ m}$ et $h_3 = 3,5 \text{ m}$.



Le circuit de refoulement en sortie de pompe permet de conduire l'eau jusqu'à un point d'utilisation E où la pression requise est $P_E = P_0 + P_u$ où $P_u = 2,5 \text{ bar}$ (surpression utile dans la maison). Le diamètre de canalisation dans le circuit de refoulement est $d_2 = 32 \text{ mm}$, le débit volumique nécessaire à l'utilisation domestique est $D_v = 6 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ (débit max d'utilisation) et on se place en régime permanent.

1. Exprimer la vitesse du fluide v_E en E .
2. En négligeant toutes les pertes de charges, quelle est la puissance indiquée P_i de la pompe nécessaire à cette installation ?
3. Comment tenir compte des pertes de charges si on les connaît ? (ici 4 pertes singulières : 2 coudes droits et 2 coudes peu anguleux ; et 2 pertes régulières : 2 tuyaux relativement longs).

Exercice 5 : Centrale hydraulique

On considère un barrage afin de réaliser une centrale hydraulique. Cette dernière est équipée d'une turbine entraînée par un jet d'eau sous pression.

La conduite de sortie, de diamètre $d = 2,5 \text{ m}$, est située à une altitude $z_2 = 5 \text{ m}$. Le débit volumique $Q_v = 25 \text{ m}^3/\text{s}$. On suppose que le niveau d'eau dans le barrage, situé à $z_1 = 30 \text{ m}$, est constant.

Les pertes de charges régulières dans la conduite sont évaluées à $\Delta P_{reg} = 32,75 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

1. Calculer la vitesse v_2 d'écoulement d'eau à la sortie de la canalisation.
2. Déterminer la puissance P_a reçue par l'arbre moteur de la turbine.

