

## Vitesse d'un solide par rapport à un repère :

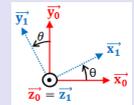
### Méthodes de résolution :

#### Paramétrage du mouvement :

Les figures planes sont à tracer même si l'énoncé ne précise pas de le faire.

Ces figures permettent de :

- Calculer des projections de vecteurs unitaires (produit scalaire) :  $\vec{x}_0 \cdot \vec{x}_1 = \cos(\theta)$
- Calculer des produits vectoriels :  $\vec{x}_0 \wedge \vec{x}_1 = \sin(\theta) \vec{z}_1$
- Exprimer la vitesse de rotation associée :  $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1$



#### Vitesse d'un point

##### Méthode 1 : Formule de Varignon $\vec{V}_{B,1/0} = \vec{V}_{A,1/0} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$

C'est la méthode la plus sûre à privilégier :

- pour les solides en rotation d'axe fixe en A notamment et
- pour les mécanismes à chaîne cinématique fermée.

Le passage d'un solide à un autre s'obtient par composition des vitesses :  $\vec{V}_{A,2/0} = \vec{V}_{A,2/1} + \vec{V}_{A,1/0}$

##### Méthode 2 : Dérivation du vecteur position $\vec{V}_{B \in 1/0} = \left[ \frac{dAB}{dt} \right]_0$

Cette méthode est plus délicate mais permet de traiter

- la vitesse d'un solide en translation rectiligne
- de façon rapide les mécanismes à chaîne cinématique ouverte qui ont plusieurs degrés de liberté.

Les vecteurs tournants se dérivent grâce à la formule de Bour :  $\left[ \frac{d\vec{x}_1}{dt} \right]_0 = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1$

Le robot Schrader étudié est un robot 4 axes mus par des actionneurs pneumatiques :

- Rotation de la base 1 autour de l'axe vertical  $(A, \vec{y})$  avec  $\alpha = (\vec{x}; \vec{x}_1)$
- Translation verticale de l'unité d'élévation 2 selon la direction  $\vec{y}$  avec  $AB = y(t)$
- Translation horizontale du bras 3 selon la direction  $\vec{x}_1$  avec  $BC = x(t)$ ,
- Rotation de la pince 4 autour de l'axe horizontal  $(A, \vec{x}_1)$  avec  $\beta = (\vec{y}_1; \vec{y}_4)$

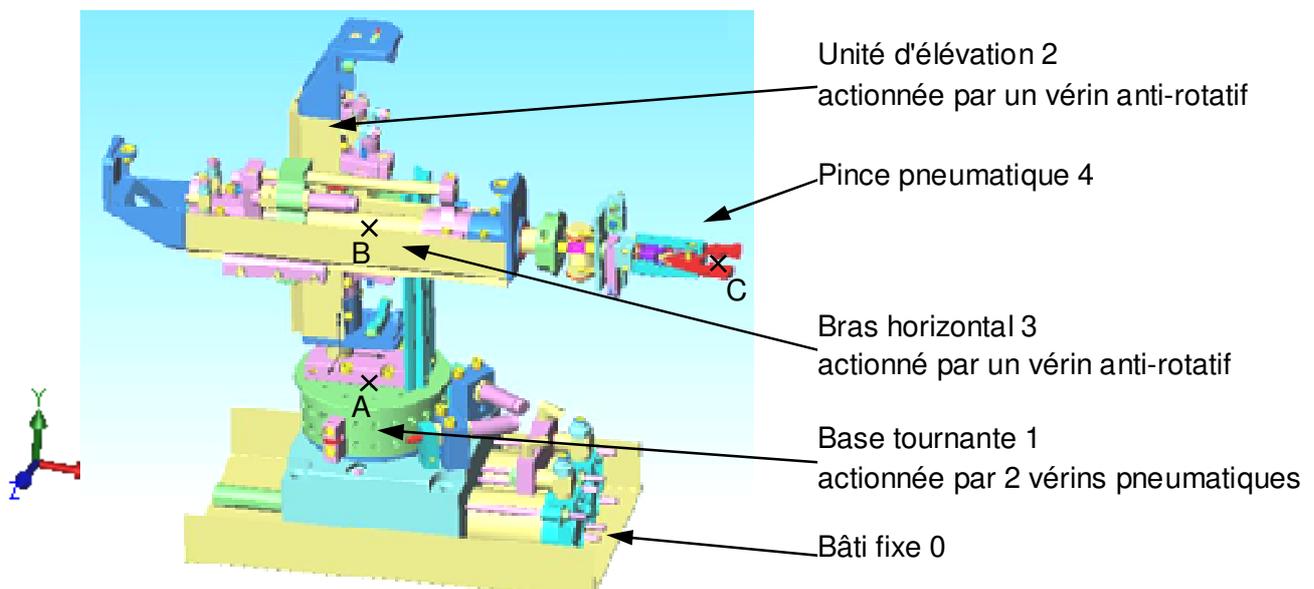


Figure 1 : Ensembles cinématiques principaux du robot

Les 2 vérins de la base tournante 1 contrôlent sa position angulaire : la crémaillère 5 poussée en translation par l'air sous pression entraîne la base tournante 1 en rotation. Les mouvements de 5 et de 1 sont liés par le roulement sans glissement en D obtenu par des secteurs dentés.

Des amortisseurs perpendiculaires au rayon AE bloquent les fins de course de la base tournante en venant bloquer le point E.

La course des vérins est  $c=125$  mm et leur diamètre est  $D_p=64$  mm.

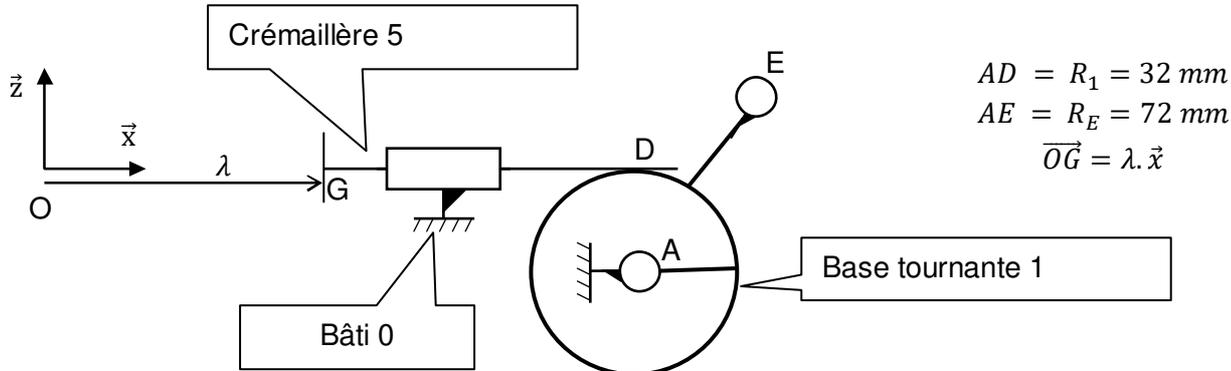


Schéma cinématique du mécanisme d'entraînement de la base tournante 1 (un seul vérin représenté).

### Extrait du cahier des charges

Exigence	Critère	Valeur	Flexibilité
Déplacer la pièce saisie	Amplitude maximum de la rotation verticale	$\Delta\theta = 90^\circ$	+/- 2°
	Amplitude du déplacement des vérins	0,12 m	5%
	Amplitude de la rotation horizontale	$\Delta\beta = +/-180^\circ$	+/- 5°
	Durée du mouvement	$t < 2s$	Aucune
	Vitesse maximale d'accostage de la fin de course en E	$V_{max} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	10%

### Caractéristiques de fonctionnement

Le débit d'air dans les vérins contrôle leur vitesse (entrée ou sortie de tige) :  $v = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Le robot doit déplacer un objet entre les coordonnées suivantes : position initiale ( $\theta_i = 0, x_i = 0, z_i = 0$ ) à la position finale ( $\theta_f = \frac{\pi}{2}, x_f = 0,12, z_f = 0,12$ ).

Pour chacune des réponses suivantes, on précisera la méthode choisie et la raison qui justifie cette méthode plutôt qu'une autre méthode (voir le rappel de la 1<sup>ère</sup> page).

- Exprimer la vitesse  $\vec{V}_{C,4/0}$  du centre C de la pince dans le cas où seul l'axe de rotation vertical est en action ( $x, y$  et  $\beta$  sont constants).
- Ecrire la condition de roulement sans glissement en D et en déduire la vitesse  $\vec{V}_{D,1/0}$  en fonction de la vitesse  $v$  de la crémaillère (sens du déplacement positif sur  $\vec{x}$ ).
- En déduire la vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$ .
- Conclure par rapport au cahier des charges concernant la durée du déplacement  $\Delta t$ .
- Exprimer la vitesse  $\vec{V}_{C,4/0}$  du centre C de la pince dans le cas où tous les degrés de liberté sont actionnés en même temps.
- La durée du mouvement du cahier des charges est-elle respectée :
  - si tous les axes sont actionnés en même temps.
  - si l'axe horizontal est actionné séparément des autres (il est en effet préférable que l'axe horizontal soit rentré lorsque la rotation entre en œuvre car l'inertie à mettre en mouvement sera réduite).