# Vitesse d'un solide par rapport à un repère : Cas particulier du contact ponctuel

**Méthode de résolution :**

On appelle vitesse de glissement, la vitesse relative entre deux solides 1 et 2 en leur point contact I : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$

Beaucoup de mécanismes font intervenir des conditions de roulement sans glissement (engrenage, roue sur le sol…) à vitesse de glissement nulle soit $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$.

Afin d'établir la loi entrée-sortie d'un tel mécanisme ou pour obtenir la vitesse de glissement au contact, on utilise la composition des vitesses.

Méthode de détermination de la vitesse de glissement $\overrightarrow{\mathbf{V_{I,2/1}}}$

## a) Composition des vitesses

La vitesse au glissement $\overrightarrow{V_{I,2/1}}$ s'exprime en fonction des vitesses absolues par la composition des vitesses : $\overrightarrow{V_{I,2/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/0}} + \overrightarrow{V_{I,0/1}} = \overrightarrow{V_{I,2/0}} - \overrightarrow{V_{I,1/0}}$

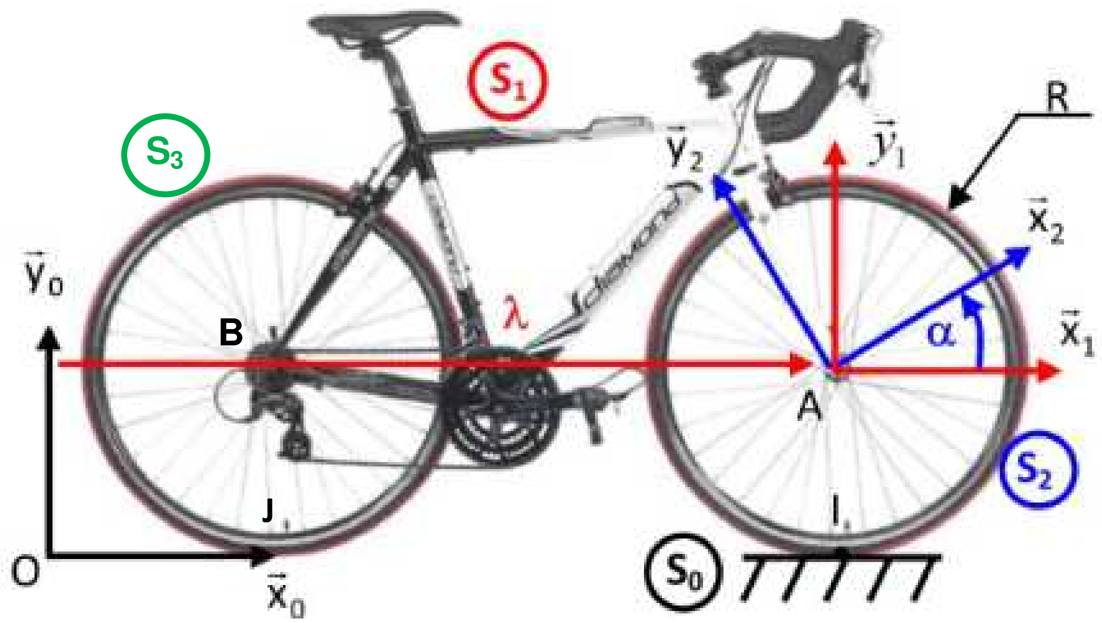
## b) Formule de Varignon

On utilise la formule de Varignon pour exprimer les vitesses au même point :

# Exemple 1 : Vitesse de déplacement du vélo

On considère que le vélo avance, les roues de rayon R (R = 350mm) roulent alors sans glisser sur le sol.
La position du vélo (point A) est repérée par la longueur $\lambda(t)$ et la rotation de la roue par l'angle $\alpha(t)$.
Les roues sont en pivot avec le cadre $S_1$ et en contact ponctuel avec le sol $S_0$.

L'objectif est de définir la relation entre la rotation de la roue du vélo et la vitesse du vélo qui permettra ensuite de vérifier le critère de performance du cahier charges.




**Exigence :** V=50km.h$^{-1}$ pour une fréquence de pédalage maximale $N_{max}$ =100 tr.min$^{-1}$

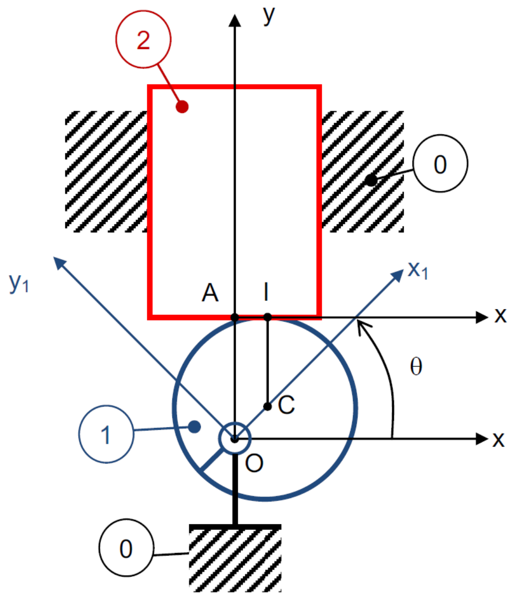
**Q1 :** Construire un schéma cinématique plan permettant de modéliser le système ainsi que les figures planes de repérage / paramétrage.
**Q2 :** Exprimer la condition de roulement sans glissement en I.
**Q3 :** En déduire, en appliquant les conseils méthodologiques énoncé en page précédente, la vitesse de déplacement du vélo $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$ en fonction de $\dot{\alpha}$ et R.
**Q4 :** Exprimer la relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\alpha}$.
**Q5 :** Pour un braquet 51 x 14 (c'est-à-dire que le plateau du pédalier comporte 51 dents et le pignon de roue comporte 14 dents soit un rapport de multiplication $k = \frac{51}{14} = \frac{\omega_{roue}}{\omega_{cycl}}$), déterminer la fréquence de pédalage $\omega_{cycl}$ d'un coureur cycliste lorsque celui-ci roule à une vitesse V=50 km.h$^{-1}$. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

# Exemple 2 : Transformation de mouvement par excentrique

Le mécanisme étudié permet de modéliser un compresseur à air comprimé (la pression de l'air sur le sommet du piston maintient comprimé le piston 2 au contact de l'excentrique 1).

Le mécanisme, représenté ci-contre, permet transformer un mouvement de rotation continu (de la came à excentrique 1 par rapport au bâti 0) en un mouvement de translation alternatif (du piston 2 par rapport au bâti 0).

Soit $\boldsymbol{R_0}(\mathbf{0}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au bâti 0 du mécanisme.
Soit $\boldsymbol{R_1}(\mathbf{0}, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \vec{z})$ un repère lié à l'excentrique 1. Celui-ci est assimilé à un disque de centre C et de rayon R. Il est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe $(\mathbf{0}, \vec{z})$ par rapport au bâti.




Posons $\boldsymbol{\theta} = (\vec{x}, \overrightarrow{x_1})$ , $\overrightarrow{\boldsymbol{OC}} = \boldsymbol{e}.\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \boldsymbol{y(t)}.\vec{y}$.

Soit $\boldsymbol{R_2}(\boldsymbol{A}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au piston 2.
Celui-ci est animé d'un mouvement de translation suivant la direction $\vec{y}$ par rapport au bâti (le problème est plan).

On remarque donc que la base $\boldsymbol{B_0} = \boldsymbol{B_2}$ (mouvement de translation entre 2 et 0).

**Q1 :** Déterminer les vitesses suivantes du piston 2 : $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$ puis $\overrightarrow{V_{I,2/0}}$ en fonction de y(t).
**Q2** : Déterminer les vitesses suivantes de l'excentrique 1 : $\overrightarrow{V_{O,1/0}}$ puis $\overrightarrow{V_{I,1/0}}$ en fonction des dimensions et de θ.
**Q3 :** Donner la désignation du vecteur vitesse de glissement de cet exercice ainsi que sa direction.
**Q4** : Exprimer le vecteur vitesse de glissement selon la méthode proposée en fonction de e, R , y et θ.
**Q5 :** La condition de non décollement du contact en I impose que $\overrightarrow{V_{I,2/1}}.\vec{y} = 0$. En déduire l'expression de y' en fonction de θ'.
**Q6 :** En déduire la projection de la vitesse $V_{I,2/1} = \overrightarrow{V_{I,2/1}}.\vec{x}$ et réécrire l'ensemble des vecteurs vitesses en fonction uniquement de e, R et θ.
**Q7** : En déduire si les tracés des vitesses $\overrightarrow{V_{I,2/0}}$, $\overrightarrow{V_{I,2/1}}$ et $\overrightarrow{V_{I,1/0}}$ dans les 2 cas suivants sont en cohérence avec vos résultats analytiques et avec les mouvements des pièces.