

| | | |
|--------------|---|-------------------------|
| Cours | Cours ST 3 | TS11 (Période 4) |
| | Hyperstatisme et liaisons équivalentes | 1h |
| | Cycle 9 : Statique | 5 semaines |

| | | |
|------------------|--|--|
| | ANALYSER | Isoler un système et justifier l'isolement. |
| | MODELISER | Caractériser les grandeurs associées utiles à la modélisation. |
| MODELISER | Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques. | |
| | MODELISER | Modéliser une action mécanique. |
| | MODELISER | Simplifier un modèle de mécanisme. |
| RESOUDRE | Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue. | |
| | RESOUDRE | Déterminer les actions mécaniques en statique. |

Le choix des liaisons est issu d'un compromis entre les mouvements souhaités, les efforts à transmettre et les conditions géométriques nécessaires à la réalisation de l'assemblage.

1 Hyperstatisme

Le degré d'hyperstatisme h quantifie le nombre d'inconnues de liaisons que l'on ne pourra pas déterminer grâce aux équations du principe fondamental de la statique (ou le nombre de contraintes géométriques à respecter pour permettre l'assemblage).

- problème spatial : $h = N_s - 6.(p - 1) + (m_u + m_i).$
- problème plan : $h = N_s - 3.(p - 1) + (m_{u2D} + m_{i2D}).$

avec

h le degré d'hyperstatisme du mécanisme,
 N_s est le nombre d'inconnues de liaisons dans le mécanisme,
 p est le nombre de pièces (ensembles cinématiques),
 m_u est le nombre de mobilités utiles,
 m_i est le nombre de mobilités internes. (mobilités indifférentes pour le système)

Si $h = 0$: le mécanisme est **isostatique**,

Si $h > 0$: le mécanisme est **hyperstatique**,

Si $h < 0$: le mécanisme est **hypostatique** (mécanisme mal conçu qui a plus de mobilités que souhaitées...).

Pour qu'un mécanisme hyperstatique soit montable, il faudra prévoir :

- **des conditions géométriques** entre les directions caractéristiques des liaisons ou
- **du jeu** dans les liaisons ou,
- **des pièces suffisamment flexibles** pour que les défauts géométriques ne génèrent pas des efforts trop grands dans les liaisons ou,
- **Une modification des liaisons** afin de rendre le système isostatique peut être envisagée (on augmente les degrés de mobilité de certaines liaisons sans trop augmenter les mobilités internes).

Une façon de supprimer des contraintes géométriques d'assemblage est de choisir judicieusement les liaisons.

On se propose de définir, dans la suite du cours et à partir des torseurs des actions mécaniques, la liaison équivalente à 2 liaisons associées en série ou en parallèle.

2 Liaisons équivalentes

2.1 Liaisons en parallèle

La plupart des liaisons font intervenir plusieurs zones de contact qui peuvent être considérées comme des liaisons en parallèle.

La liaison équivalente à des liaisons en parallèle s'obtient **par ajout des torseurs statiques au même point** (en général au centre de la liaison équivalente).

Autre méthode : identification des torseurs cinématiques au même point.

Exemple : moteur - frein sur roulement à billes palier libre en A - palier fixe en B.

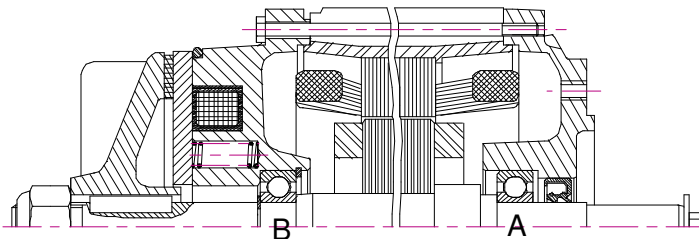
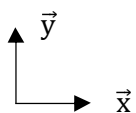


Figure 2 : Demi-coupe supérieure du moteur



$$\vec{BA} = a \cdot \vec{x}$$

$$\vec{CE} = -c \cdot \vec{y}$$

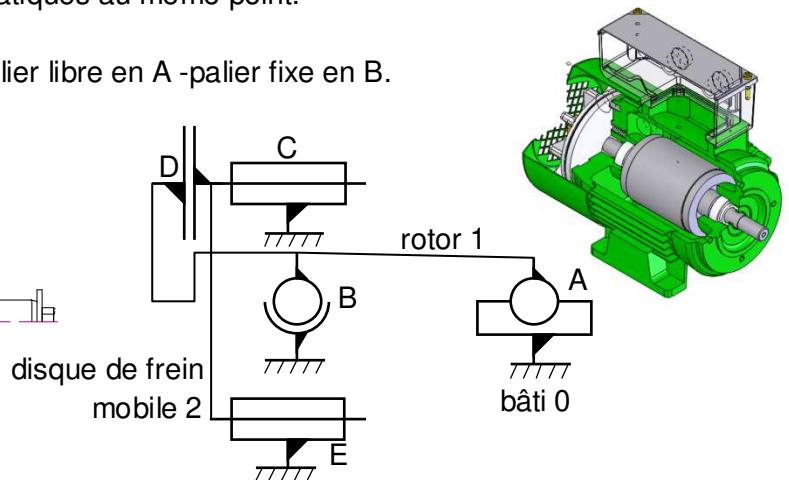


Figure 1 : Schéma d'architecture du moteur

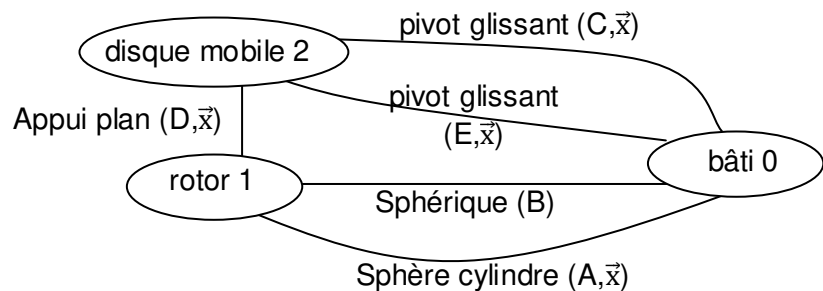


Figure 3 : Graphe de liaisons du moteur

Liaisons en parallèles :

- de 0 sur 1 :

$$\{T_{0A \rightarrow 1}\}_A =$$

$$\{T_{0B \rightarrow 1}\}_A =$$

Moment en B car

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_B =$$

- de 0 sur 2 :

$$\{T_{0C \rightarrow 2}\}_C =$$

$$\{T_{0E \rightarrow 2}\}_E =$$

Moment en C (ou en E : indifférent car même nombre d'inconnues pour les résultantes) :

$$\{T_{0 \rightarrow 2}\}_C =$$



A partir du torseur transmissible attendu entre 1 et 0 (obtenu par le PFS appliqué à 1), on en déduit les actions à transmettre pour chacun des roulements ce qui permet de les dimensionner.

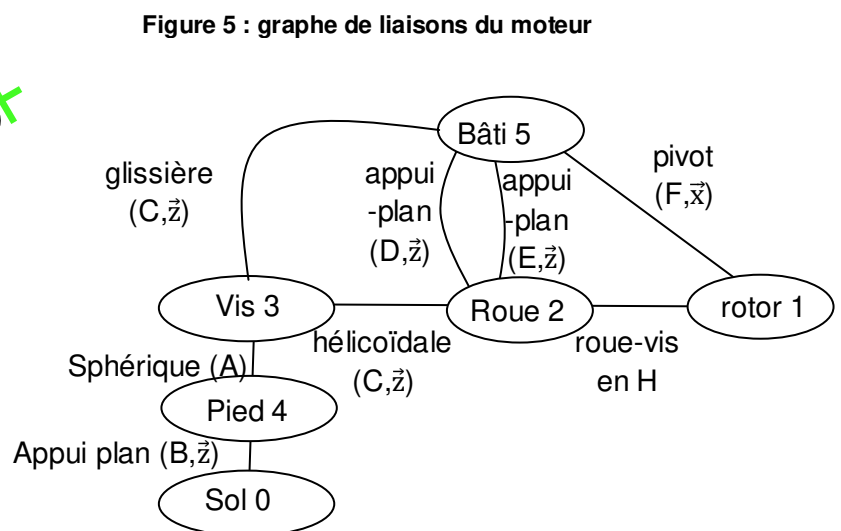
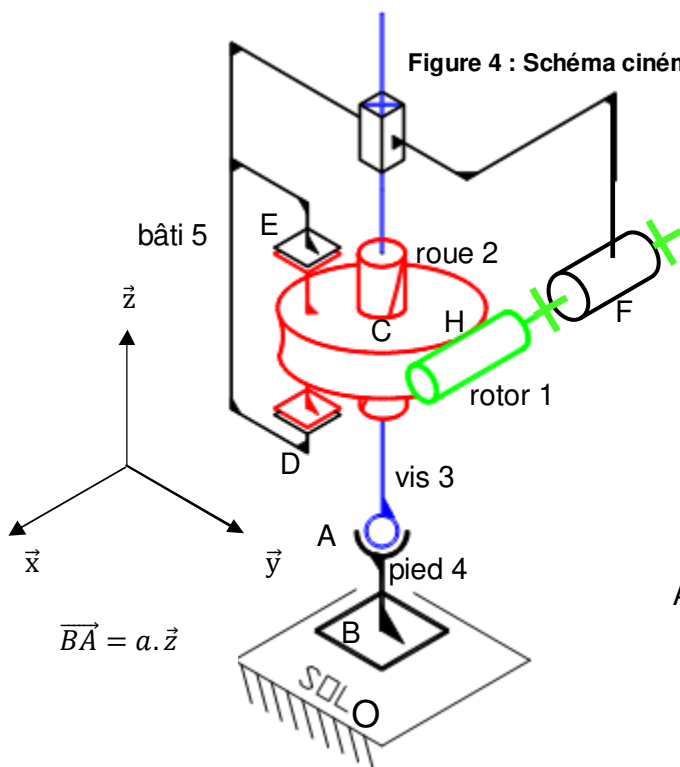
2.2 Liaisons en série

Lorsque l'on souhaite diminuer les pressions de contact et donc augmenter les surfaces de contact (passage d'un contact ponctuel ou linéique à des contacts surfaciques), on est amené à obtenir des liaisons en série.

La liaison équivalente à des liaisons en série s'obtient **par identification des composantes des torseurs statiques au même point** (le centre de la liaison équivalente).

Autre méthode : ajout des torseurs cinématiques au même point (composition des vitesses).

Exemple : pied de positionnement pour mise à niveau d'un satellite en salle blanche



- Liaisons en série du sol 0 sur la vis 3 :

$$\{T_{0 \rightarrow 4}\} =$$

$$\{T_{4 \rightarrow 3}\} =$$

Moment en A

$$\{T_{0 \rightarrow 3}\}_A =$$

→

On vérifie que l'on obtient une liaison équivalente sphère-plan en B mais par l'intermédiaire de 2 liaisons surfaciques, ce qui est préférable lorsque les efforts deviennent importants (moins d'usure ou de risque de matage car les pressions sont plus faibles lorsque les surfaces de contact augmentent).

Références :

Mécanique du solide (applications industrielles) de P.Agati Chez Dunod