

<b>Cours</b>	<b>Cours TE 1</b>	<b>TSI1 (Période 3)</b>
	<b>Liaison Encastrement</b>	<b>1h</b>
	<b>Cycle 7 : Transmettre l'énergie mécanique</b>	<b>4 semaines</b>

**MODELISER : Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.**

**MODELISER : Simplifier un modèle de mécanisme.**

**ANALYSER : Justifier le choix des constituants dédiés aux fonctions d'un système.**

**COMMUNIQUER : Lire et décoder un document technique.**

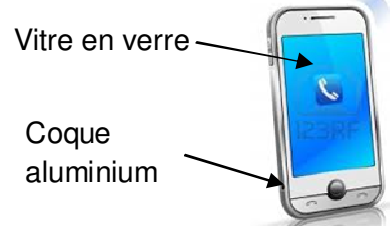
**COMMUNIQUER : Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.**

**CONCEVOIR : Proposer une architecture fonctionnelle et structurale.**

**CONCEVOIR : Choisir la technologie des composants de la chaîne de puissance.**

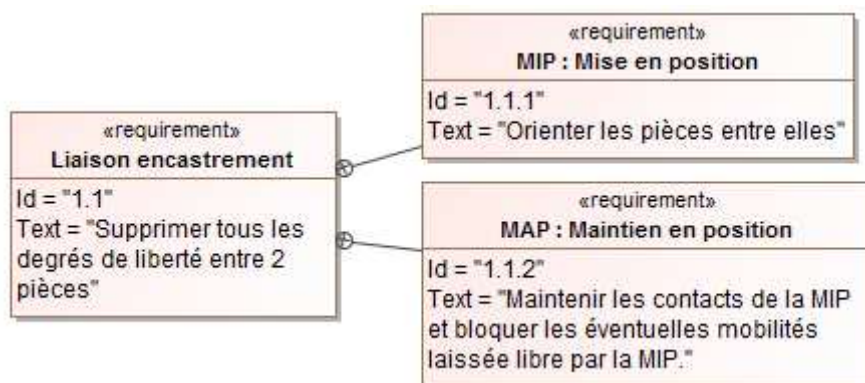
Les liaisons encastrement sont présentes dans tous les mécanismes car :

- les contraintes techniques imposent des matériaux différents qui doivent ensuite être assemblés,
- la fabrication impose souvent de créer des pièces différentes afin de permettre la production (coque en 2 parties...).



L'analyse des liaisons "encastrement" permet de concevoir les formes de chacune des pièces à assembler.

## 1 Typologie d'une liaison encastrement



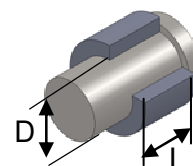
### 1.1 Mise en position : MIP

**La mise en position (MIP) consiste à positionner les 2 pièces l'une par rapport à l'autre, généralement par contact direct.**

Dans le cas où l'on utilise une pièce supplémentaire, elle ne fera partie de la mise en position que si elle supprime des mobilités par obstacle.

Les solutions classiques de mise en position se font à partir de surfaces planes ou cylindriques (voir en annexe).

Le choix entre une surface plane ou cylindrique principale dépend notamment du diamètre du cylindre.



Plus le cylindre est petit, plus il est facile de réaliser un **centrage long** :  $L / D \geq 1$  sans trop impacter l'encombrement axial.

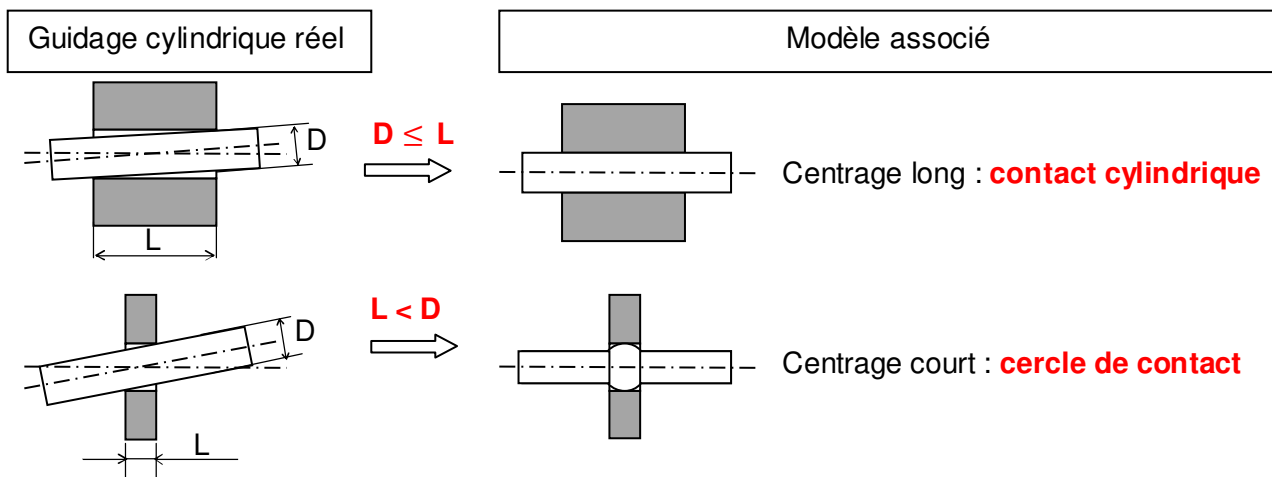
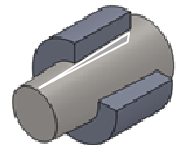


Figure 1 : Influence des dimensions du guidage cylindrique sur la modélisation

On peut également rencontrer des surfaces de mise en position conique (éventuellement à coincement si l'angle du cône est faible) peu répandues car plus difficiles à usiner et avec un positionnement axial non réglable.



## 1.2 Maintien en position : MAP

**Le maintien en position (MAP) consiste à compléter la MIP par l'ajout d'éléments qui :**

- **maintiennent plaquées les surfaces du MIP et**
- **suppriment éventuellement des mobilités par adhérence.**

On peut distinguer 2 types de maintien en position :

- Les maintiens permettant le démontage de la liaison : vis, écrou, anneaux élastiques (ou circlips), montage avec serrage (radial) léger.
- Les maintiens assurant une liaison non démontable (dite permanente) : colle, soudure, rivetage, frettage (frettage = montage très serré obtenu par refroidissement de la pièce pleine et chauffage de la pièce creuse avant montage).

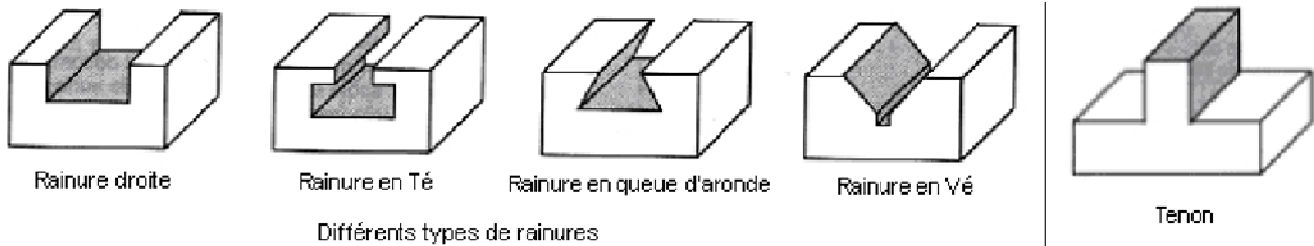
## 2 Nom des formes fréquemment rencontrées

### 2.1 Formes prismatiques

**Saillie** : signifie qui dépasse.

**Rainure** : association de plans réalisant une entaille dans une pièce.

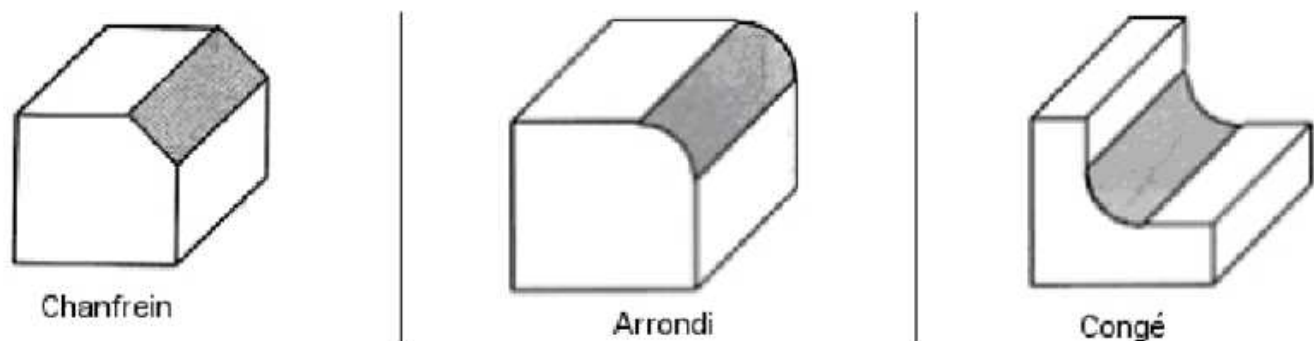
**Tenon ou languette** : associations de plans faisant saillie par rapport à une pièce. On réserve le terme de "languette" pour un tenon de grande longueur.



**Chanfrein** : surface de faible étendue obtenue par suppression d'une arête : plan sur une pièce prismatique ou conique sur un cylindre (facilite l'assemblage de pièces ou/et supprime l'arête vive).

**Arrondi** : surface à section circulaire partielle destinée à supprimer une arête vive.

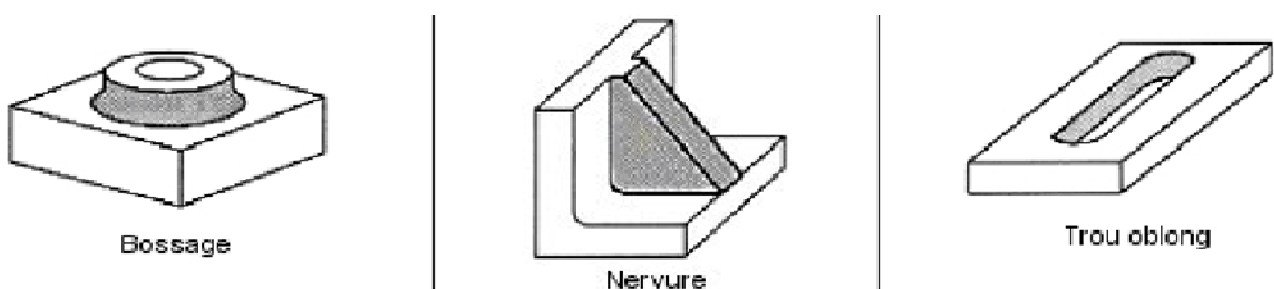
**Congé** : surface à section circulaire partielle destinée à raccorder deux surfaces formant un angle rentrant.



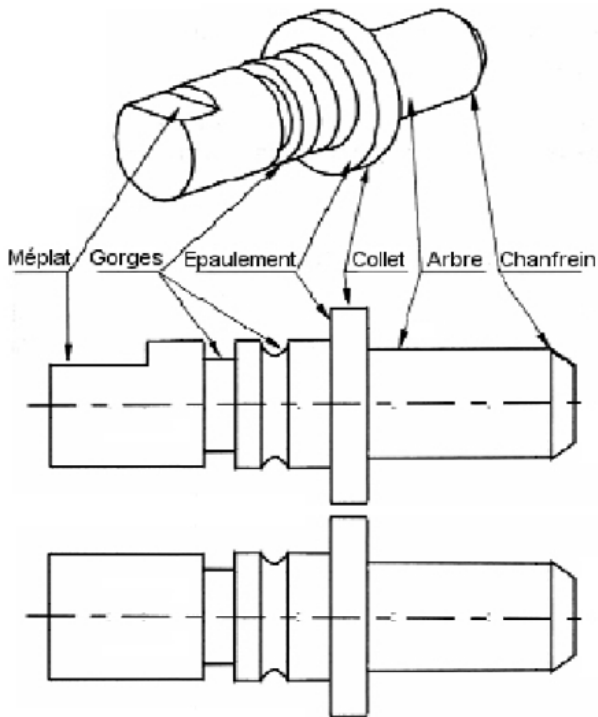
**Bossage** : surface plane en saillie permettant de limiter une zone d'appui ou de contact.

**Nervure** : paroi de faible épaisseur reliant deux éléments d'une structure afin de la rigidifier.

**Trou oblong** : trou de faible dimension transversale par rapport à la dimension longitudinale et terminé par deux demi-cylindres.



## 2.2 Formes cylindriques extérieures



**Arbre** : surface cylindrique le plus souvent de révolution.

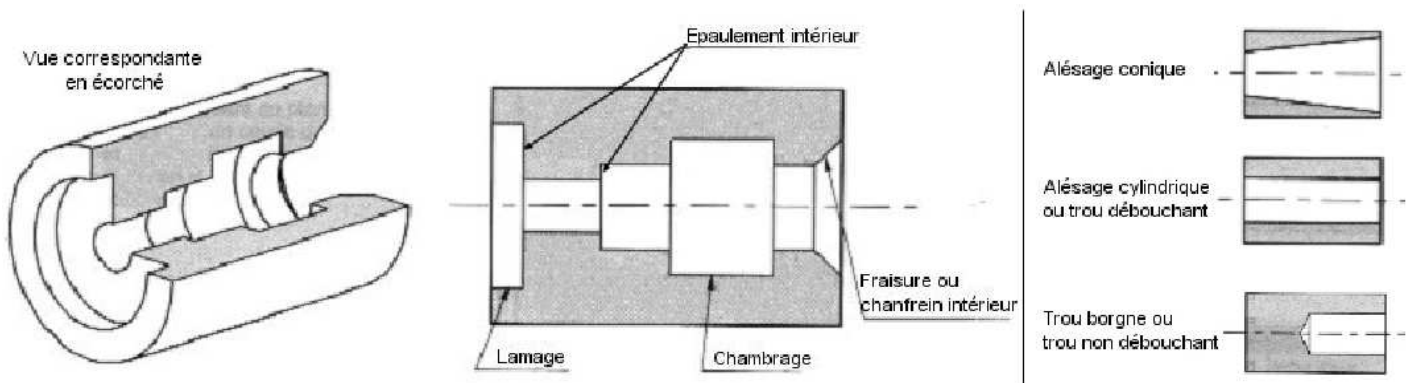
**Méplat** : surface plane sur une pièce à section circulaire (sert de butée angulaire dans la transmission ou pour l'utilisation d'un outil de mise en rotation).

**Gorge** : association de 2 plans et d'un cylindre (voire torique) réalisant une entaille de faible largeur (utilisé pour le montage d'un joint ou pour démarquer 2 surfaces)

**Epaulement** : surface plane perpendiculaire à l'axe d'un cylindre dû à un changement de section du cylindre (souvent utilisé comme surface d'appui lors d'assemblage de cylindres).

**Collet** : couronne en saillie sur une pièce cylindrique

## 2.3 Formes cylindriques intérieures



**Perçage** : creux cylindrique de qualité moyenne réalisé par perçage à l'aide d'un foret.

**Alésage** : creux cylindrique de qualité supérieure réalisé à l'aide d'un alésoir (sorte de foret rigide).

**Lamage** : association d'un cylindre et d'un plan à l'entrée d'un alésage ou d'un perçage (permet de noyer une tête de vis ou d'améliorer la perpendicularité entre la surface plane d'appui et le perçage)

**Chambrage** : association d'un cylindre et de 2 plans réalisant un évidement à l'intérieur d'un alésage (permet de limiter la masse ou la longueur des surfaces cylindriques de qualité supérieure).

**Fraisure** = chanfrein intérieur.

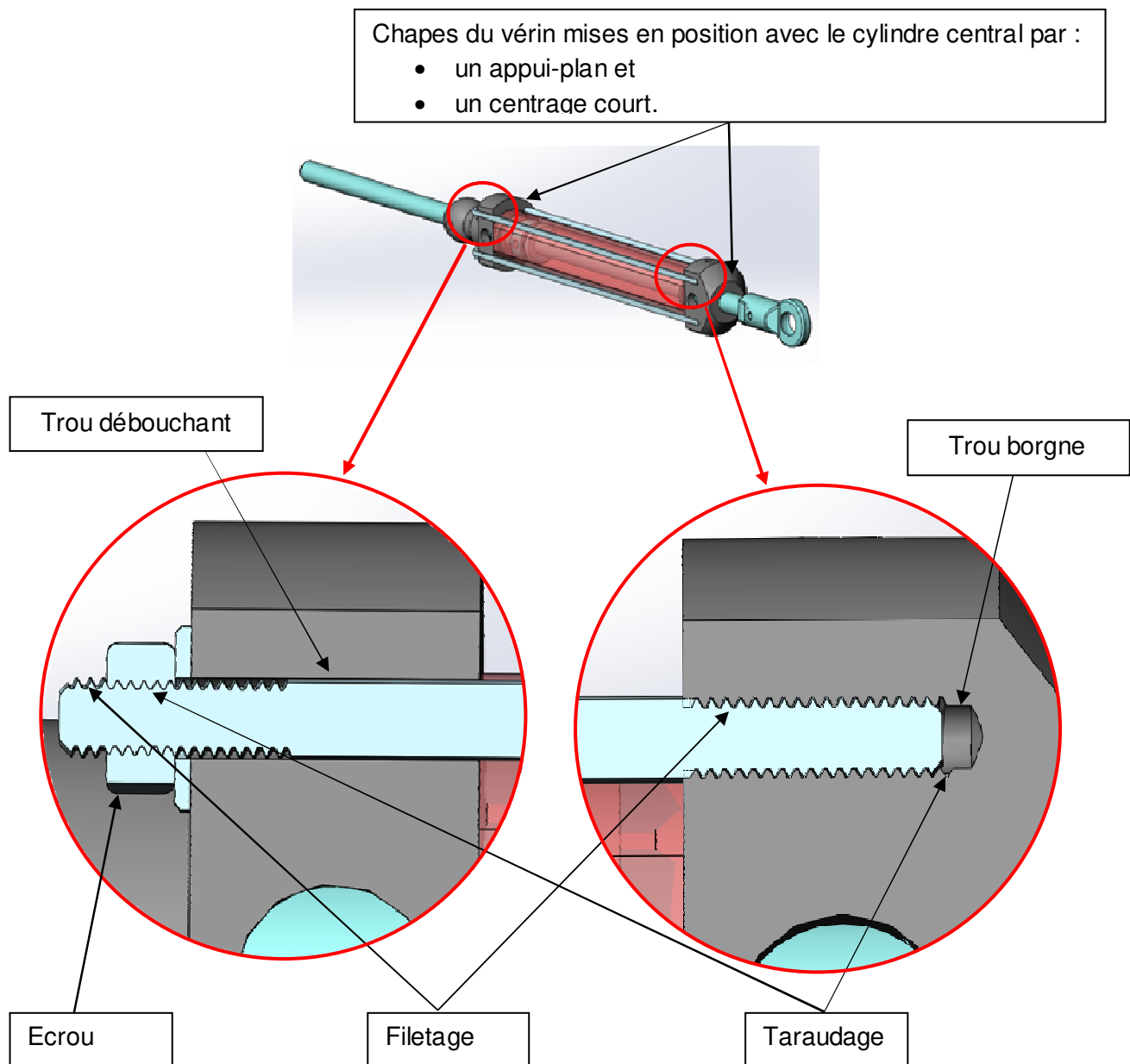
## 2.4 Filetage et taraudage

Le **filetage** désigne les surfaces hélicoïdales des vis.

Le **taraudage** désigne les surfaces hélicoïdales des écrous (usiné par un taraud).

Un **boulon** est l'assemblage d'une vis avec son écrou.

Exemple : maintien en position des chapes du vérin hydraulique utilisé dans le pilote de bateau



**Remarque :** Bien noter la présence des jeux fonctionnels :

- jeu radial dans le perçage débouchant séparant les zones vissées,
- longueur vissée (1 à 2 fois le diamètre de la vis selon la résistance du matériau),
- les réserves de filetage sur la tige filetée de part et d'autre de l'écrou qui permettent de s'assurer du vissage (de l'ordre du diamètre de la vis) dans le zoom de gauche,
- réserve de taraudage dans le zoom de droite permettant de s'assurer que la tige filetée soit vissée à fond de filet (ce type de blocage n'est pas le plus répandu : on utilise plutôt un contre écrou, des écrous à frein nylon ou des rondelles crantées).

### 3 Liaison équivalente

Une liaison cinématique équivalente est une liaison qui autorise le même mouvement que l'association des liaisons qu'elle remplace. Les torseurs permettent de définir analytiquement la liaison équivalente.

#### 3.1 Modélisation des liaisons par le torseur cinématique

Un torseur cinématique d'un solide 1 par rapport à un solide 0 permet de définir les vitesses entre les 2 solides (similaires aux mobilités entre ces solides) :

$$\{\mathcal{V}_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \\ \overrightarrow{V}_{A,1/0} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + V_z \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$$

- $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$  : vecteur rotation en rad/s (3 composantes dans le repère  $R=(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ) est la résultante du torseur (grandeur uniforme à tous les points)
- $\overrightarrow{V}_{A,1/0}$  : vecteur vitesse linéaire en m/s (3 composantes dans le repère  $R=(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ) est le moment du torseur qui dépend du point considéré (ici en A).

#### Modèle de liaison simple parfaite :

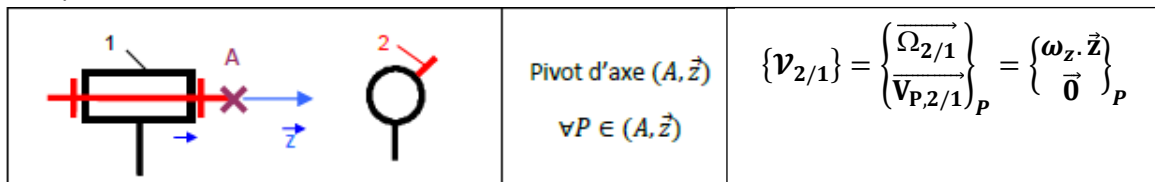
- Surface ayant une géométrie parfaite (plan, cylindre, sphère, surface de révolution, surface hélicoïdale, cercle, droite et point)
- Pas d'adhérence ni de frottement
- Pas de déformation sous l'effort
- Pas de jeu ni de serrage entre les pièces

#### Torseur cinématique des liaisons :

Chaque liaison normalisée a un torseur cinématique dont la forme au centre de liaison doit être connue (voir annexe : Torseurs cinématiques).

Le torseur cinématique de chaque liaison se déduit de l'analyse des degrés de liberté de la liaison (DLL).

Exemple



Pour la liaison pivot, la seule mobilité est une rotation d'axe  $(A, \vec{z})$ .

#### Centre de liaisons

Une bonne connaissance des centres de liaisons permet d'éviter d'avoir à exprimer les torseurs en d'autres points que les centres de liaison suivants en choisissant des centres de liaisons communs :

- au **centre des rotations** (sphère cylindre, sphérique, sphérique à doigt)
- sur la **zone de contact** (point d'une sphère-plan, ligne pour linéaire rectiligne)
- sur l'**axe de rotation** (pivot, pivot-glissant, hélicoïdale)
- **quelconque** (glissière, appui-plan, encastrement)

Dans le cas d'une liaison pivot, les points P dont la vitesse vaut  $\overrightarrow{V}_{P \in 2/1} = \vec{0}$  sont sur l'axe de rotation.

#### Déplacement du torseur cinématique

Pour exprimer le torseur cinématique en un point autre que le centre de liaison, on utilise la formule de changement de point de Varignon :

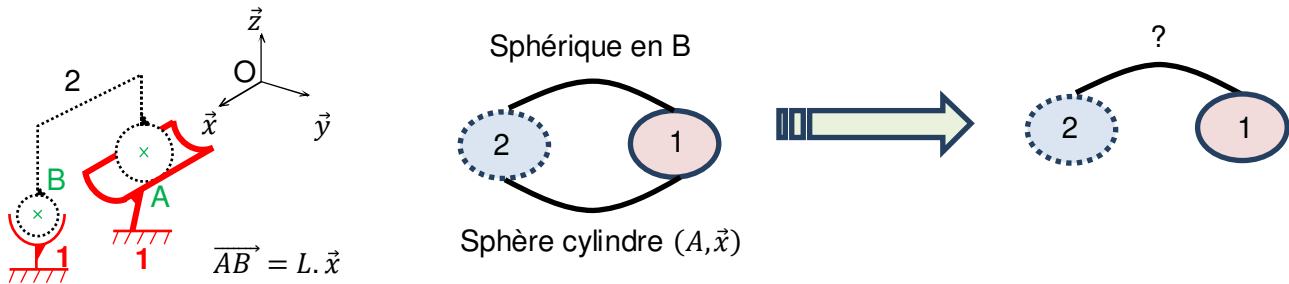
$$\text{Formule de Varignon : } \overrightarrow{V}_{B,1/0} = \overrightarrow{V}_{A,1/0} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{1/0}$$

BABAR (mnémotechnique)

## 3.2 Liaison équivalente à des liaisons en parallèle

La liaison équivalente à des liaisons en parallèle s'obtient par **identification des torseurs cinématiques au même point** :

$$\{\mathcal{V}_{eq1/2}\}_A = \{\mathcal{V}_{R1/2}\}_A = \{\mathcal{V}_{S1/2}\}_A$$



**Etape 1 :** Ecriture des torseurs cinématiques **au centre de chaque liaison** :

$$\text{sphérique en B : } \{\mathcal{V}_{R1/2}\}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{Rx} \cdot \vec{x} + \omega_{Ry} \cdot \vec{y} + \omega_{Rz} \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B,R}$$

$$\text{sphère-cylindre en A : } \{\mathcal{V}_{S1/2}\}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{Sx} \cdot \vec{x} + \omega_{Sy} \cdot \vec{y} + \omega_{Sz} \cdot \vec{z} \\ V_{Sx} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_{A,R}$$

**Etape 2 :** Ecriture des torseurs cinématiques **au même point** :

On déplace la liaison ayant le moins d'inconnues cinématiques : ici on exprime la sphérique en A

$$\vec{V}_{AR,1/2} = \vec{V}_{BR,1/2} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{1/2} = \vec{0} + L \cdot \vec{x} \wedge (\omega_{Rx} \cdot \vec{x} + \omega_{Ry} \cdot \vec{y} + \omega_{Rz} \cdot \vec{z}) = +L \cdot \omega_{Ry} \cdot \vec{z} - L \cdot \omega_{Rz} \cdot \vec{y}$$

$$\{\mathcal{V}_{R1/2}\}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{Rx} \cdot \vec{x} + \omega_{Ry} \cdot \vec{y} + \omega_{Rz} \cdot \vec{z} \\ -L \cdot \omega_{Rz} \cdot \vec{y} + L \cdot \omega_{Ry} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_{A,R}$$

**Etape 3 :** On identifie les torseurs cinématiques (au même point) des 2 liaisons en parallèle.

$$\{\mathcal{V}_{eq1/2}\}_A = \{\mathcal{V}_{R1/2}\}_A = \{\mathcal{V}_{S1/2}\}_A$$

Résultante :

$$\text{Sur } \vec{x} : \omega_{eqx} \vec{x} = \omega_{Rx} \cdot \vec{x} = \omega_{Sx} \cdot \vec{x}$$

$$\text{Sur } \vec{y} : \omega_{eqy} \vec{y} = \omega_{Ry} \cdot \vec{y} = \omega_{Sy} \cdot \vec{y}$$

$$\text{Sur } \vec{z} : \omega_{eqz} \vec{z} = \omega_{Rz} \cdot \vec{z} = \omega_{Sz} \cdot \vec{z}$$

Moment en A :

$$\text{Sur } \vec{x} : V_{eqx} \vec{x} = \vec{0} = V_{Sx} \cdot \vec{x}$$

$$\text{Sur } \vec{y} : V_{eqy} \vec{y} = -L \omega_{Rz} \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

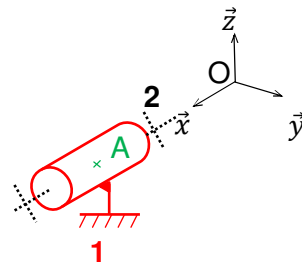
$$\text{Sur } \vec{z} : V_{eqz} \vec{z} = L \omega_{Ry} \cdot \vec{z} = \vec{0}$$

$$\text{d'où } \omega_{Ry} = \omega_{Rz} = \omega_{eqy} = \omega_{eqz} = 0$$

soit un moment nul  $\vec{V}_{eq} = \vec{0}$  et une résultante où seule  $\omega_{eqx} \neq 0$ .

**Etape 4 :** Déduction de la liaison équivalente à partir de son torseur cinématique :

$$\{\mathcal{V}_{eq1/2}\}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{Rx} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A,R} \text{ soit une liaison pivot d'axe } (A, \vec{x})$$

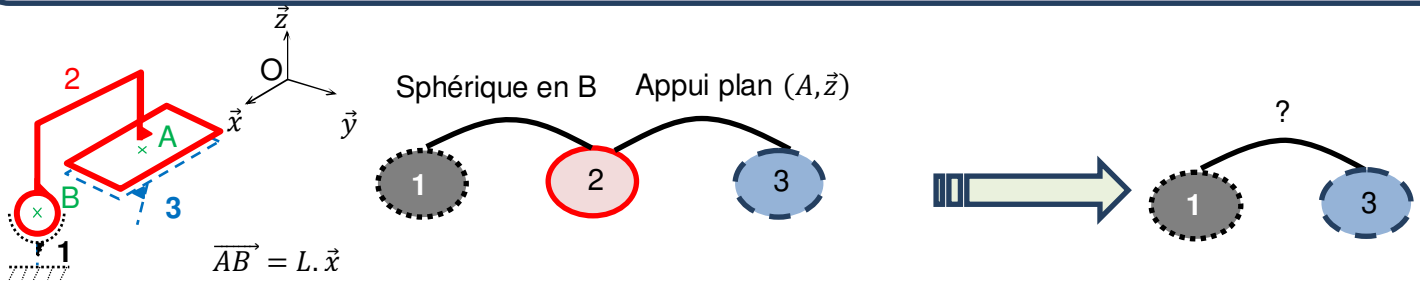




### 3.3 Liaison équivalente à des liaisons en série

La liaison équivalente à des liaisons en **série** s'obtient par **ajout des composantes des torseurs cinématique au même point** (composition des vitesses) :

$$\{\mathbf{v}_{eq1/3}\}_A = \{\mathbf{v}_{1/2}\}_A + \{\mathbf{v}_{2/3}\}_A$$



**Etape 1 :** Ecriture des torseurs cinématiques au centre de chaque liaison.

$$\text{sphérique en B} : \{\mathbf{v}_{1/2}\}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{1/2x} \cdot \vec{x} + \omega_{1/2y} \cdot \vec{y} + \omega_{1/2z} \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B,R}$$

$$\text{appui-plan en A} : \{\mathbf{v}_{2/3}\}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{2/3z} \cdot \vec{z} \\ V_{2/3x} \cdot \vec{x} + V_{2/3y} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}_{A,R}$$

**Etape 2 :** Ecriture des torseurs cinématiques au même point.

Le plus simple ici est d'écrire le torseur  $\{\mathbf{v}_{2/3}\}$  de l'appui-plan en B car ce torseur a la même forme quelque soit le point (on s'épargne une formule de Varignon) :

$$\{\mathbf{v}_{2/3}\}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{2/3z} \cdot \vec{z} \\ V_{2/3x} \cdot \vec{x} + V_{2/3y} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}_{B,R}$$

**Etape 3 :** Le torseur cinématique équivalent s'obtient par composition des vitesses au même point :

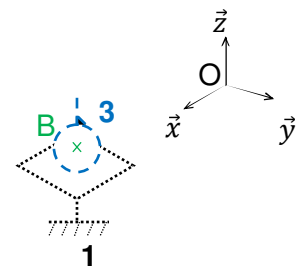
$$\{\mathbf{v}_{eq1/3}\}_B = \{\mathbf{v}_{1/2}\}_B + \{\mathbf{v}_{2/3}\}_B$$

Résultante	Moment
Sur $\vec{x}$ : $\omega_{eqx} \vec{x} = \omega_{1/2x} \cdot \vec{x}$	Sur $\vec{x}$ : $V_{eqx} \vec{x} = V_{2/3x} \cdot \vec{x}$
Sur $\vec{y}$ : $\omega_{eqy} \vec{y} = \omega_{1/2y} \cdot \vec{y}$	Sur $\vec{y}$ : $V_{eqy} \vec{y} = V_{2/3y} \cdot \vec{y}$
Sur $\vec{z}$ : $\omega_{eqz} \vec{z} = \omega_{1/2z} \cdot \vec{z} + \omega_{2/3z} \cdot \vec{z}$	Sur $\vec{z}$ : $V_{eqz} \vec{z} = \vec{0}$

**Etape 4 :** Dédution de la liaison équivalente à partir de son torseur cinématique :

$$\{\mathbf{v}_{eq1/3}\}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{1/2x} \cdot \vec{x} + \omega_{1/2y} \cdot \vec{y} + (\omega_{1/2z} + \omega_{2/3z}) \cdot \vec{z} \\ (V_{2/3x}) \cdot \vec{x} + (V_{2/3y}) \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_{B,R}$$

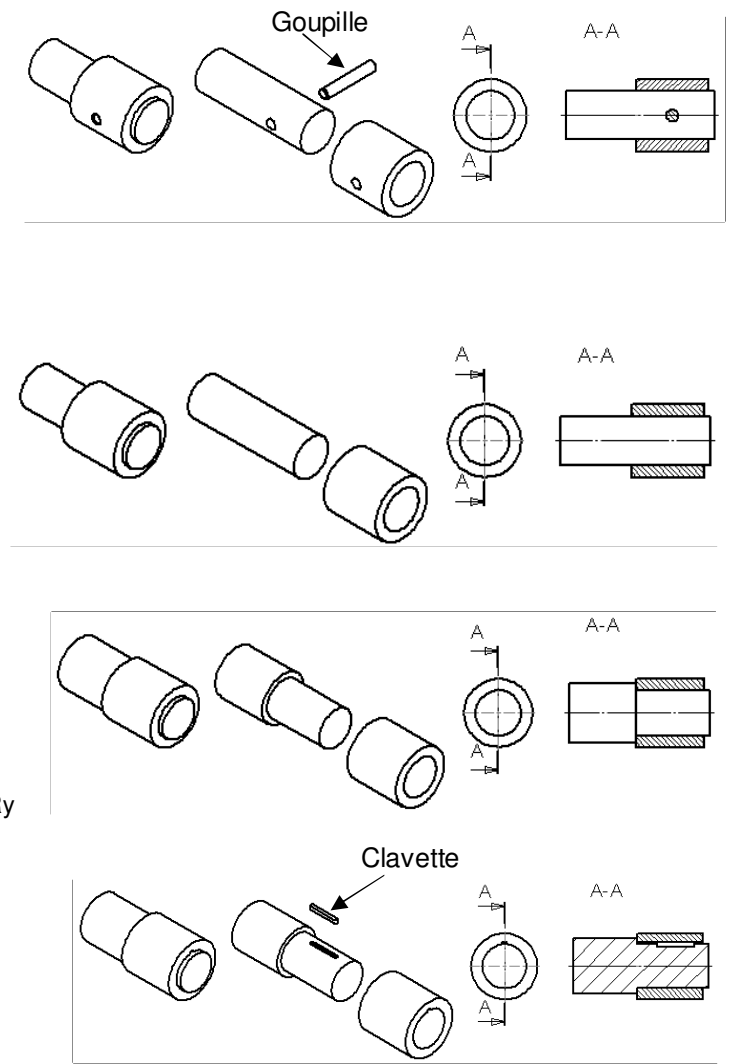
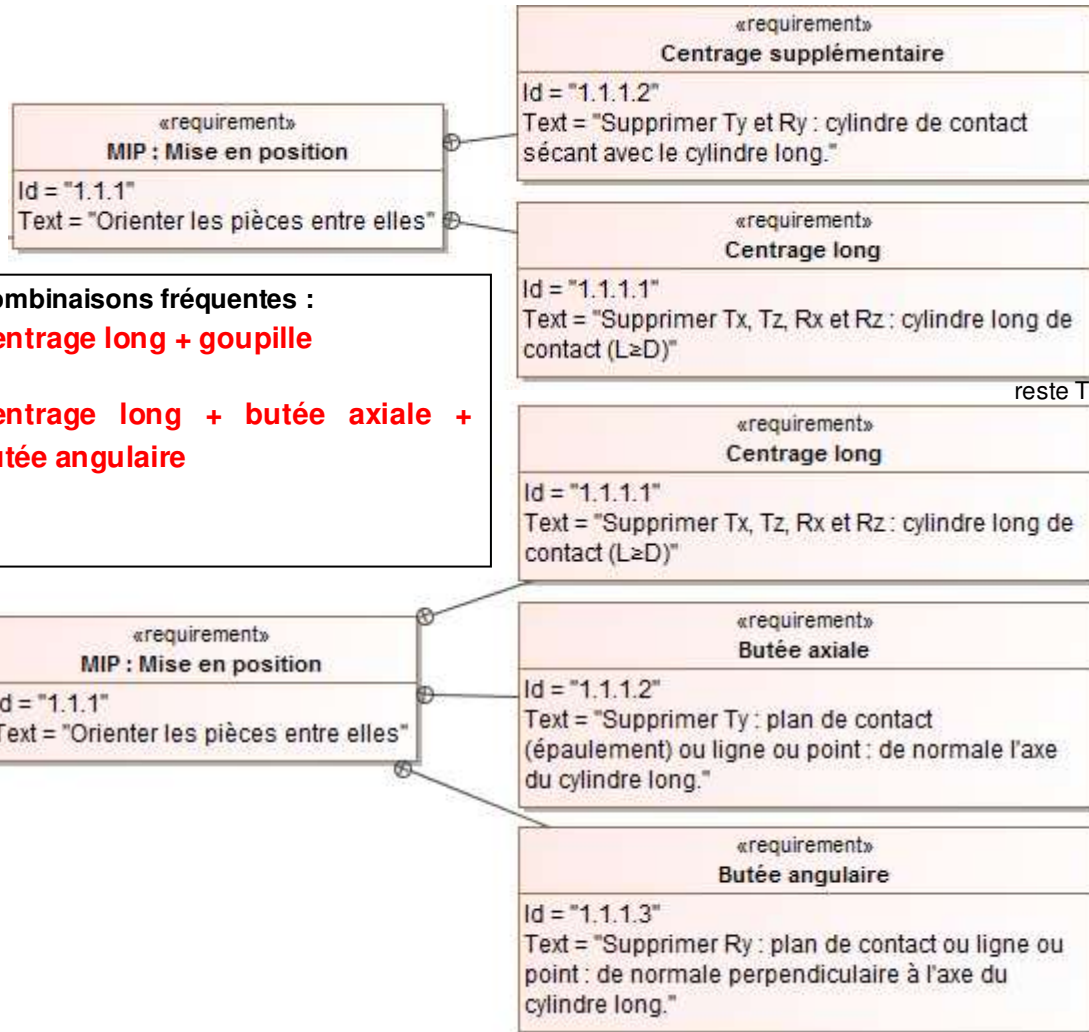
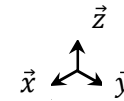
soit une liaison sphère plan de normale  $(B, \vec{z})$



**Références :** CPGE TSI Eiffel Dijon Denis Guérin  
Sciences industrielles pour l'ingénieur de G.Combari et J.Giraud chez Foucher  
Sciences industrielles pour l'ingénieur de Patrick Beynet chez Ellipses

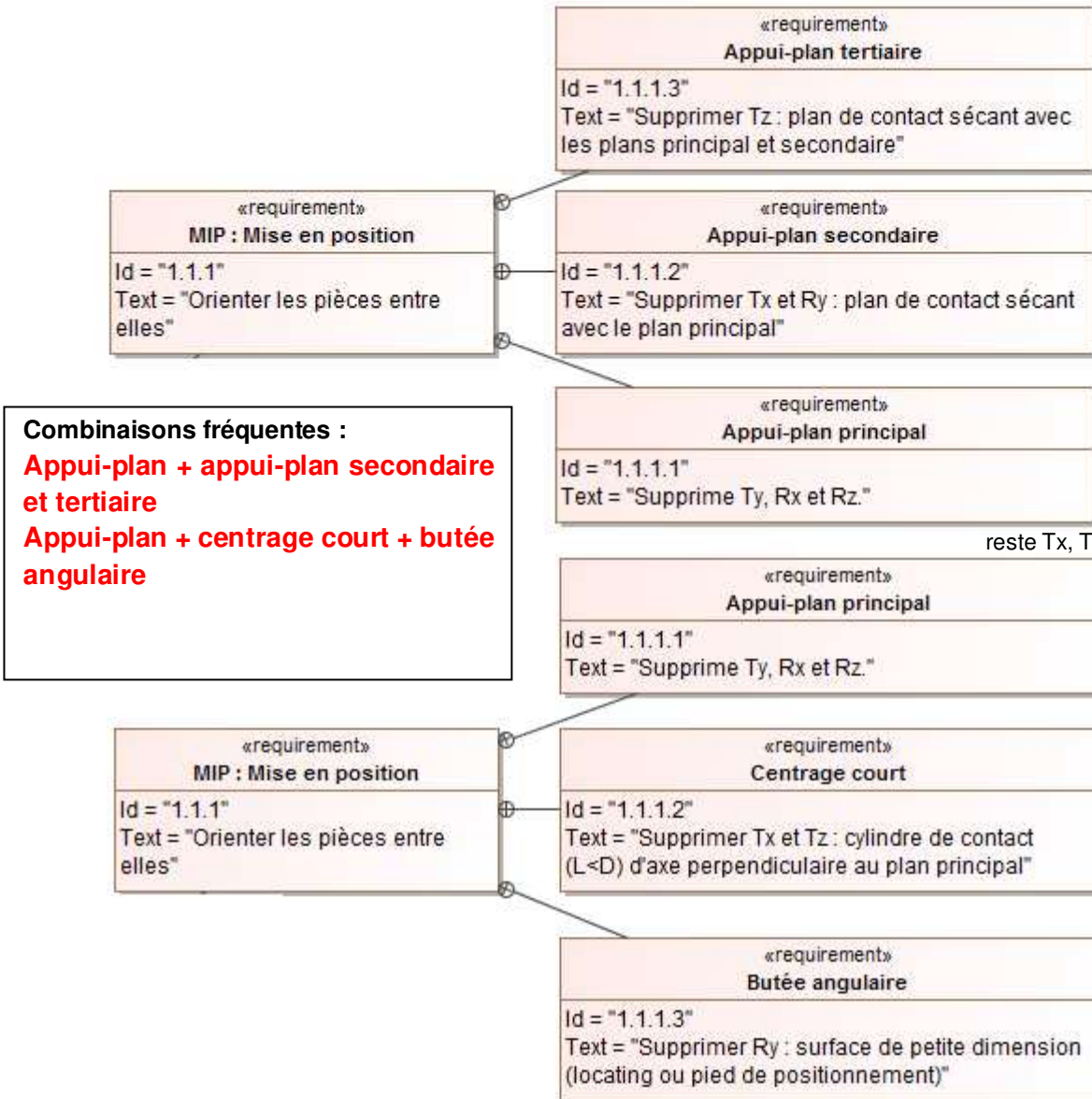
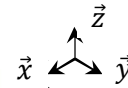


# Annexe 1 : Mise en position par cylindre prépondérant

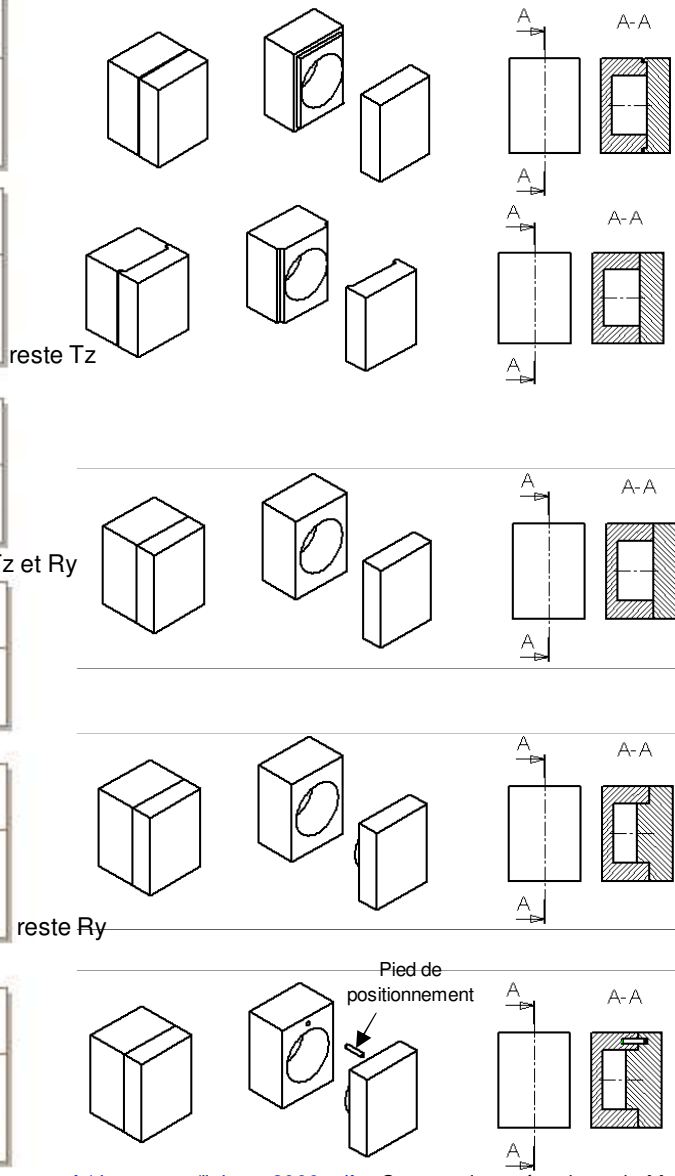


Possibilités de réglage de Couple et effort axiaux admissibles croissants

## Annexe 2 : Mise en position par plan prépondérant

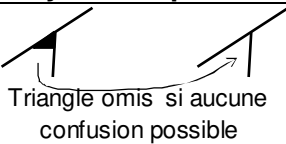
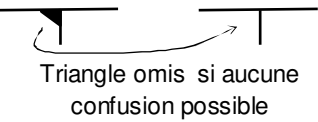
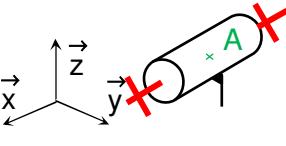
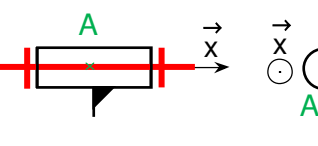
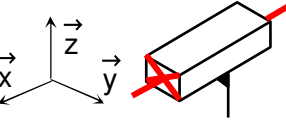
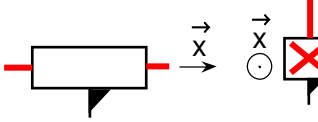
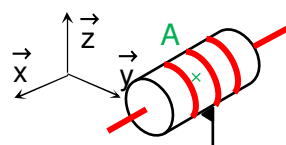
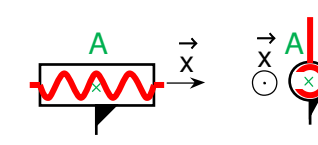
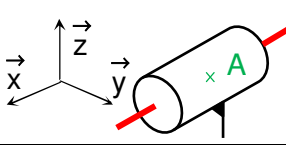
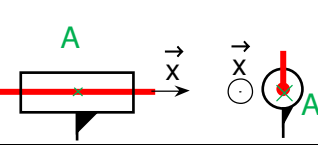
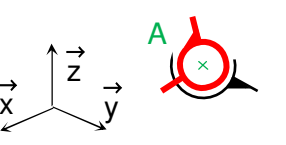
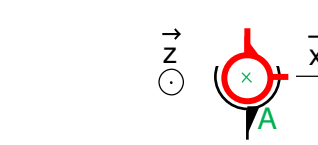
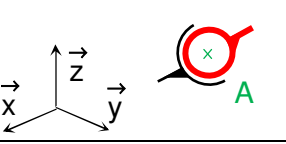

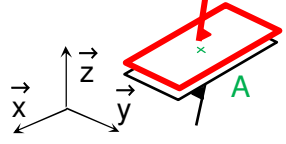
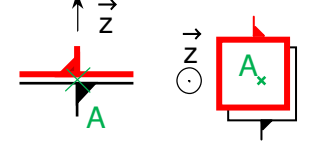
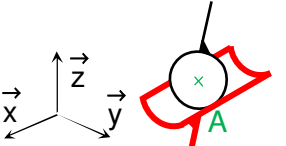
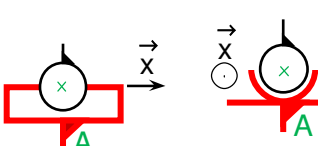
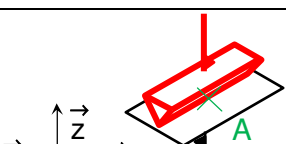
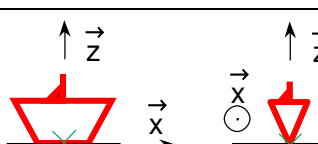


**Combinaisons fréquentes :**  
**Appui-plan + appui-plan secondaire et tertiaire**  
**Appui-plan + centrage court + butée angulaire**



Bibliographie : <http://stephane.genouel.free.fr> (représentation géométrique annexe7) <http://philippe.fichou.pagesperso-orange.fr/documents/liaisons2006.pdf> Construction mécanique de M.Aublin chez Hachette

## Annexe : Torseurs cinématiques

Liaison	Repère local	Torseur cinématique	Symbole spatial	Symboles plans
<b>Encastrement</b> (complète)	Quelconque	$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$	 Triangle omis si aucune confusion possible	 Triangle omis si aucune confusion possible
<b>Pivot</b>	axe (A, $\vec{x}$ ) A sur axe de rotation $\vec{x} //$ axe de rotation	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Glissière</b>	direction $\vec{x}$ $\vec{x}$ : direction translation	$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Hélicoïdale</b>	axe (A, $\vec{x}$ ) A sur axe de rotation $\vec{x} //$ axe de rotation p : pas de la vis à droite (sinon signe -) $\frac{V_x \cdot \vec{x}}{p} = \frac{\omega_x}{2 \cdot \pi}$	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} \\ V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Pivot glissant</b>	axe (A, $\vec{x}$ ) A sur axe de rotation $\vec{x} //$ axe de rotation	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Sphérique à doigt</b> (rotule à doigt)	Axe (A, $\vec{y}$ ) A: centre des rotations $\vec{y}$ : axe rotation bloquée	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + \vec{0} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ 0 \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Sphérique</b> (rotule)	Centre A A: centre des rotations	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Appui-plan</b>	normale (A, $\vec{z}$ ) A : quelconque $\vec{z} \perp$ plan de contact	$\begin{Bmatrix} 0 \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Sphère cylindre</b> (linéaire annulaire)	axe (A, $\vec{x}$ ) A: centre des rotations $\vec{x}$ : direction translation	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Linéaire recti-ligne</b>	axe (A, $\vec{x}$ ) normale (A, $\vec{z}$ ) A: sur ligne de contact $\vec{x} //$ ligne de contact $\vec{z} \perp$ plan tangent	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + 0 \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$		
<b>Sphère plan</b> (ponctuelle)	normale (A, $\vec{z}$ ) A : centre du contact $\vec{z} \perp$ plan tangent	$\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} + \omega_y \cdot \vec{y} + \omega_z \cdot \vec{z} \\ V_x \cdot \vec{x} + V_y \cdot \vec{y} + 0 \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_A$	