

DM	DM 2d	TSI 1 Période 1-2
	Vitesses et accélérations	1h
	Cycle 3 : Cinématique	4 semaines

I. Analyser le manège

I.1. Présentation

Le manège considéré est du même type que celui représenté ci-contre. Ce type d'attraction a pour but de faire subir aux passagers des accélérations qui ne leur sont pas familières. Les nacelles, transportant les amateurs de sensations, sont suspendues par le haut et peuvent basculer de gauche à droite. Une piste circulaire bosselée (dos d'âne) déplace les nacelles verticalement.

Les effets physiologiques des accélérations varient selon leur intensité, leur durée, leur direction et leur sens d'application. Le tableau Figure2 établit une synthèse des effets pouvant apparaître en fonction des accélérations subies par un être humain.



Figure 1 : Manège de fête foraine

Direction de l'accélération	Sens de l'accélération	Sens de la force inertielle résultante	Effet physiologique	Remarques
Dans la direction de la colonne vertébrale	Vers le haut	Tête vers le siège	Sang drainé vers la partie inférieure du corps	Diminution de la vision périphérique à 2 g
	Vers le bas	Siège vers la tête	Le sang afflue vers la tête	Mal tolérée
Orthogonale à la colonne vertébrale et longitudinale	Vers l'avant	De la poitrine vers le dos	Gêne les mouvements respiratoires	Bien tolérée, à 20 g difficultés respiratoires
	Vers l'arrière	Du dos vers la poitrine		Un peu moins bien tolérée
Orthogonale à la colonne vertébrale et latérale	Flanc droit vers flanc gauche ou l'inverse		Contention de la tête	Mal supportée. Quelques g peuvent être mortels

Figure 2 : Effets physiologiques

Ce sont les oreilles internes qui informent les passagers sur les accélérations auxquelles il est soumis. C'est pourquoi les accélérations « ressenties » sont caractérisées par l'accélération au niveau de la tête du passager.

I.2. Cahier des charges

Le cahier des charges du manège est donné par le diagramme des exigences Figure 3. Le manège possède les caractéristiques suivantes :

- Vitesse angulaire maximale de l'ensemble : 14 tr.min^{-1}
- Accélération verticale maximale due à la piste bosselée : $1,6 \text{ m.s}^{-2}$

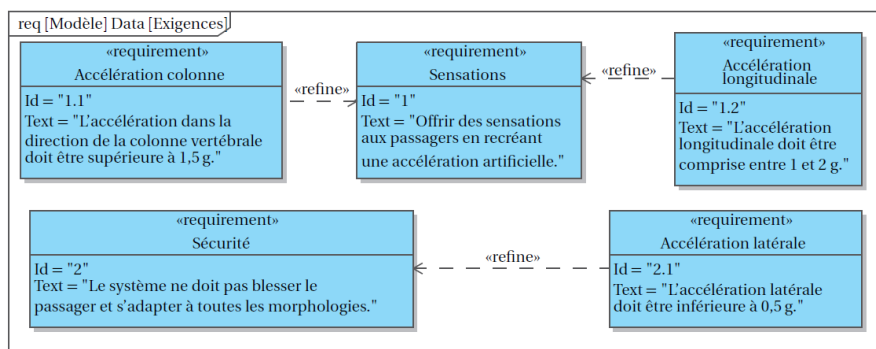


Figure 3 : Diagramme des exigences partiel

L'objectif du travail proposé est de vérifier que le cahier des charges est respecté compte tenu de la cinématique et des caractéristiques du manège.

II. Modéliser le mouvement des nacelles

On s'intéresse au mouvement d'une nacelle. Le système peut être modélisé par le schéma cinématique Figure 4 :

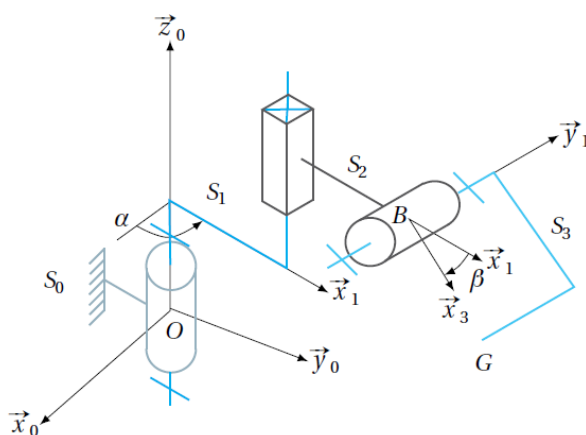


Figure 4 : Schéma cinématique du manège simplifié

Le système est constitué de 4 solides numérotés {0, 1, 2 et 3}. On associe la base $B_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ à chaque solide S_i . Le solide **S1** (corps du manège) est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti S_0 . On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$. Le solide **S2** (bras) est en liaison glissière de direction \vec{z}_0 avec le solide **S1**. Le solide **S3** (nacelle) est en liaison pivot d'axe (B, \vec{y}_1) avec le solide **S2**. On pose $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$.

La position du point B est donnée par $\vec{OB} = \lambda \vec{z}_0 + a \vec{x}_1 + b \vec{x}_2$ avec a et b constantes.

Le point G, centre de gravité de l'ensemble {passager, nacelle}, est repéré par $\vec{BG} = l \vec{x}_3$.

- 1) Que dire de la base B_2 associée au repère R_2 par rapport à la base B_1 associée au repère R_1 compte tenu de la liaison entre 2 et 1 ? Donner alors l'expression simplifiée de \vec{OB} .
- 2) Représenter les figures planes (ou figures de calcul) montrant les angles α et β .
- 3) Déterminer par la méthode de votre choix déterminer $\vec{V}_{G,S3/S0}$.

L'accélération ressentie dans la direction de la colonne vertébrale est donnée par

$$a_r = (g \vec{z}_0 + \vec{a}_{G,S3/S0}) \cdot \vec{x}_3$$

- 4) Calculer cette accélération ressentie a_r .

La nacelle se stabilise à une inclinaison constante $\beta_0 = \frac{\pi}{4}$. Les dimensions du manège sont les suivantes : $a = 4$ m, $b = 1$ m, $l = 0,5$ m. On rappelle que la vitesse angulaire maximale de l'ensemble est de 14 tours par minute et que l'accélération verticale maximale due à la piste bosselée est $\ddot{\lambda} = 1,6$ m.s^{-2} .

Conclusion - Retour sur le cahier des charges :

- 5) Calculer l'accélération ressentie pour l'angle d'inclinaison de la nacelle β_0 . Conclure quant au cahier des charges.

III. Commander l'élévation du manège

Pour obtenir les accélérations verticales $\ddot{\lambda}$ du bras **S2**, celui-ci est en contact avec une piste bosselée. Ceci permet de relier le mouvement de translation λ du bras à la rotation du corps du manège $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

Le système d'entraînement du manège est défini sur le schéma cinématique Figure 5.

La roue **S3**, en liaison pivot autour de l'axe (A, \vec{x}_1) avec le bras **S2**, roule sur la piste au point de contact noté I. On note $\theta = (\vec{z}_1, \vec{z}_4) = (\vec{y}_1, \vec{y}_4)$ l'angle de rotation de la roue **S3**. On pose \vec{n} la normale à la surface de contact et \vec{t} la tangente au contact.

On note $\gamma = (\vec{z}_1, \vec{n}) = (\vec{y}_1, \vec{t})$ l'angle entre la normale au contact et la verticale. On a également $\vec{OA} = L \vec{x}_1 + \lambda \vec{z}_0$ et également $\vec{IA} = R \vec{n}$.

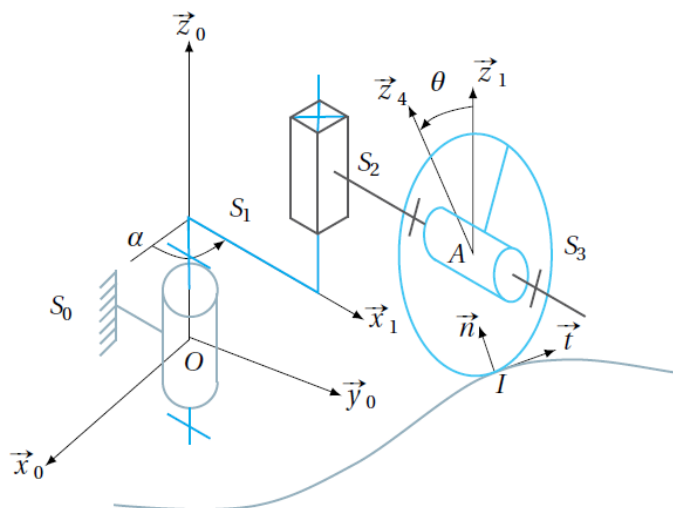


Figure 5 : Schéma cinématique du système d'entraînement

- 6) Tracer les 3 figures planes du problème.
- 7) Exprimer les torseurs cinématiques $\{V(S1/S0)\}$ et $\{V(S2/S1)\}$ aux points les plus simples, puis par composition des vitesses calculer $\overrightarrow{V_{I,S2/S0}}$.
- 8) Exprimer le torseur cinématique $\{V(S3/S2)\}$ au point le plus simple, puis calculer $\overrightarrow{V_{I,S3/S2}}$.
- 9) Définir et déterminer par composition des vitesses la vitesse de glissement au point de contact I entre la roue S3 et la piste profilée liée au bâti S0.

Pour une vitesse de glissement entre deux solides, on a, au niveau du contact : $\overrightarrow{V_{I,S3/S0}} \cdot \vec{n} = 0$.

- 10) En déduire que $\dot{\lambda} = L \dot{\alpha} \tan(\gamma)$.

- 11) Dans l'hypothèse de roulement sans glissement au point I, donner la vitesse $\overrightarrow{V_{I,S3/S0}}$.
- 12) Peut-on avoir roulement sans glissement au point I ? (Utiliser les réponses aux questions 4 et 6 et projeter la vitesse $\overrightarrow{V_{I,S3/S0}}$ dans R_1 .)
Donner un cas particulier pour la forme de la piste qui permet d'utiliser cette hypothèse.
Commenter le mouvement du manège dans ce cas particulier.
- 13) La piste possède un profil « sinusoïdal » tel que $\overrightarrow{OA} = L \overrightarrow{x_1} + z_0 \cos(\alpha) \overrightarrow{z_1}$ (où z_0 est une constante). Par dérivation du vecteur position, déterminer l'expression de la projection sur la direction $\overrightarrow{z_0}$ de la vitesse $\overrightarrow{V_{A,S2/S0}}$.

On remarque que la définition précédente de \overrightarrow{OA} correspond à $\lambda = z_0 \cdot \cos(\alpha)$.

- 14) Dériver cette relation pour déterminer $\ddot{\lambda}$.

Le cahier des charges impose : $\dot{\alpha}_{max} = 2,149 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\ddot{\alpha}_{max} = 0,0244 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$

- 15) Simplifier l'expression obtenue en comparant les valeurs numériques de $\dot{\alpha}_{max}$ et de $\ddot{\alpha}_{max}$.
- 16) En déduire la hauteur z_0 pour obtenir la valeur maximale de l'accélération $\ddot{\lambda}$.