

Livret de révision de Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Pour bien démarrer la rentrée, il faudra consacrer au moins 2 journées au travail défini dans ce livret.

Les sciences de l'ingénieur sont la poursuite des enseignements transversaux et de spécialité suivis en STI2D et sont une nouvelle matière pour les étudiants de STL. Toutes les technologies seront abordées sous un aspect plus calculatoire qu'en terminale. C'est pourquoi l'essentiel de vos révisions d'été consisteront à améliorer votre maîtrise calculatoire.

Certains prérequis (de collège et de lycée) de mathématiques concernant les vecteurs font généralement défauts aux étudiants. Nous avons préparé des révisions sur ce thème.

Enfin l'utilisation du logiciel de dessin en 3D pose problème à beaucoup d'étudiants et nous aurons peu de temps à consacrer à ce logiciel. Aussi il est conseillé d'installer **Solidworks** sur votre ordinateur (cela vous servira éventuellement pour votre projet) afin de vous familiariser avec ce logiciel.

Si vous avez des difficultés n'hésitez pas à contacter par mail l'équipe pédagogique de S2I de TSI :

christophe.greze@ac-nice.fr

damien.guigues@ac-nice.fr

Sommaire

1	Solidworks : logiciel de conception 3D	2
1.1	Installation (compter 3h avec le téléchargement)	2
1.2	Prise en main du logiciel (prévoir 3h à 5h)	3
2	Rappels mathématiques (2h)	5
2.1	Définition.....	5
2.2	Propriétés d'un vecteur	5
2.3	Somme de vecteurs.....	6
2.4	Différence de vecteurs.....	6
2.5	Relation de Chasles.....	6
2.6	Norme d'un vecteur	10
2.7	Produit scalaire de vecteurs.....	11

1 Solidworks : logiciel de conception 3D

Il serait bon de démarrer l'année en connaissant les fonctions de base de **Solidworks** car les séances consacrées à ce logiciel seront réduites et le logiciel est assez complexe.

Si vous ne pouvez pas installer **Solidworks** (ordinateur non Windows, place insuffisante sur le disque ou débit internet trop réduit) alors vous pourrez remplacer cette activité par des activités du même type sur le logiciel en ligne **Onshape** (charge à vous de trouver les tutoriels correspondants) et le logiciel de simulation **Simscale**.

Installation complète de Solidworks : 10 Go (un peu moins de la moitié lors du téléchargement)

1.1 Installation (compter 3h avec le téléchargement)

- 1) Télécharger et installer la version élève mot clé **Solidworks SDK** (je vous communiquerai par mail le nouveau code dès celui-ci sera en ma possession) : http://www.solidworks.fr/sw/education/SDL_form.html

The screenshot shows the registration form for Solidworks SDK. It is divided into two main sections: 'Informations relatives au contact' and 'Informations relatives au produit'. The 'contact' section has fields for 'PRÉNOM', 'NOM', and 'ADRESSE E-MAIL', and a dropdown menu for 'Étudiant'. The 'product' section has a radio button for 'Oui' (selected) and 'Non', a text box containing '92021FES', and a 'Version' section with radio buttons for '2021-2022' and '2020-2021' (selected). A blue button at the bottom right says 'Demande de téléchargement'. Red boxes and arrows highlight these elements with explanatory text.

Informations relatives au contact

PRÉNOM NOM

ADRESSE E-MAIL Étudiant

Informations relatives au produit

Je dispose déjà d'un numéro de série commençant par 9020

Oui Non

Version

2021-2022 2020-2021

92021FES

Demande de téléchargement

Saisir dans ce cadre vos nom et prénom MAIS SURTOUT une adresse E-mail fonctionnel pour recevoir les codes d'installation.

Pour être compatible avec la version en salle de TP.

(cliquer sur demande de téléchargement en bas à droite)

- 2) Puis **Accepter et continuer**

- 3) Relever (copier-coller ou capture d'écran) les numéros de série qui apparaissent alors puis cliquer sur **Télécharger** (ce 1^{er} téléchargement est léger : 30 Mo) :

The screenshot shows the confirmation page after registration. It displays the 'Your SOLIDWORKS CAD Student Design Kit Serial Number' and 'Your SOLIDWORKS CAM Student Design Kit Serial Number', both as '9020'. Below this is a paragraph of text explaining that an email will be sent with more information. A blue button at the bottom right says 'Télécharger'.

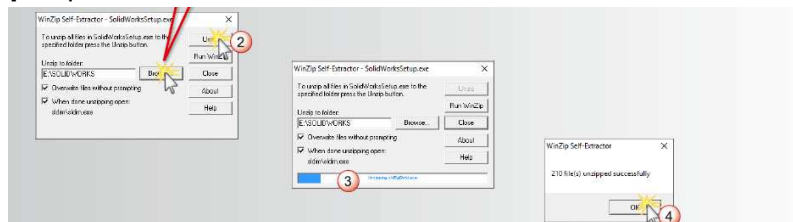
Your SOLIDWORKS CAD Student Design Kit Serial Number is: 9020

Your SOLIDWORKS CAM Student Design Kit Serial Number is: 9020

En fonction du type de licence sélectionné, vous pourrez être amené à recevoir un e-mail contenant ces informations. Toutefois, nous vous recommandons de les noter, de les imprimer ou d'en faire une capture d'écran et de les conserver en lieu sûr. Les e-mails sont parfois bloqués par les filtres anti-spam, supprimés par erreur ou simplement placés au mauvais endroit.

Télécharger

- 4) Ouvrir le dossier de téléchargement de votre navigateur internet (icône sur Firefox) puis double-cliquer sur le fichier téléchargé **SolidworksSetup.exe**, choisir un emplacement ayant au moins 10 Go d'espace de stockage, cliquer sur **Unzip** et puis sur **OK**.



- 5) choisir **installation individuelle** puis **Suivant**
- 6) Saisir les numéros de série des logiciels **Solidworks** et **CAM** (numéro précédemment notés ou reçu par mail dans le meilleur des cas), cocher la case "**J'accepte les termes de Solidworks**" et cliquer sur **Télécharger et installer**.
- 7) Pendant le téléchargement (qui va durer pas mal de temps) vous pouvez travailler sur les rappels mathématiques.
- 8) Aller jusqu'au bout de l'installation en remplissant au mieux les différentes informations demandées (pas obligatoire de participer à l'amélioration du logiciel mais il convient de valider la licence par internet, lors du 1^{er} lancement par l'icône **Solidworks** présent sur le bureau, car cela permet d'en disposer pour 1 an).
- 9) Pendant que vous êtes dans les installations <http://atemi.pagesperso-orange.fr/> puis "**téléchargement**" version v19.

1.2 Prise en main du logiciel (prévoir 3h à 5h)


- 10) Lancer **Solidworks** puis dans le menu du haut choisir ? puis **Tutoriels SOLIDWORKS**

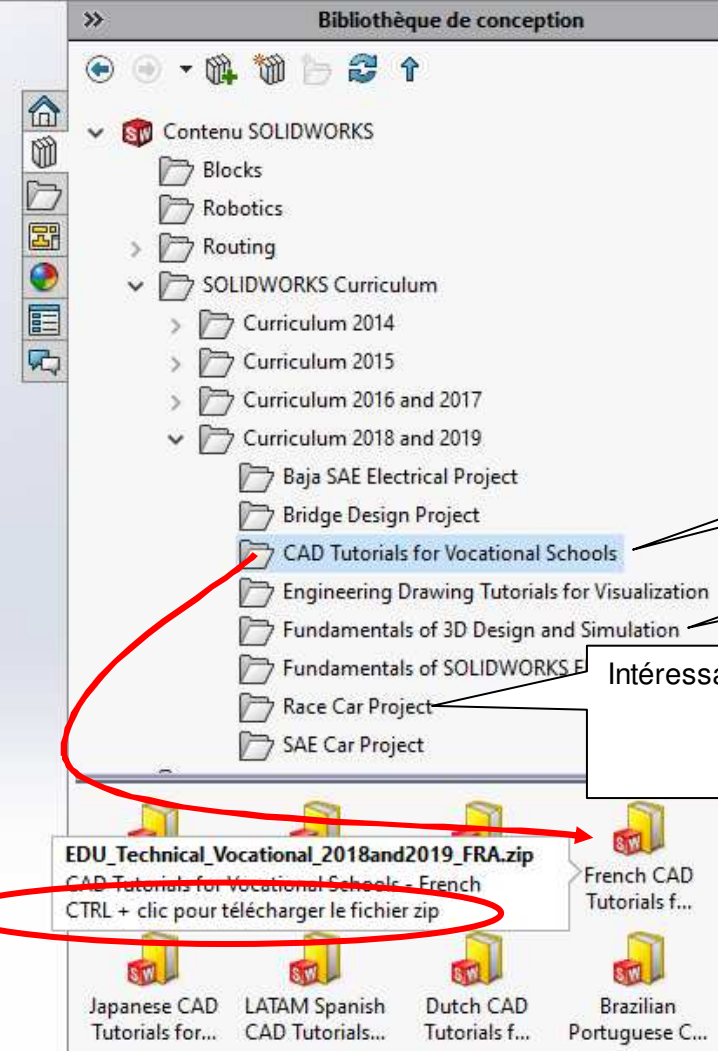


- 11) Suivre dans l'ordre les tutoriels **Pour commencer** suivants:



12) Une fois la prise en main effectuée, vous pourrez :

- tenter de modéliser le système de votre choix en commençant par des formes simples : architecture simple, Smartphone ...
- utiliser d'autres tutoriels : cliquer sur l'icône  sur la barre à droite pour accéder à la bibliothèque **SOLIDWORKS Curriculum** (pour télécharger cliquer en bas avec touche **ctrl** du clavier appuyée)



The screenshot shows the 'Bibliothèque de conception' (Design Library) in SOLIDWORKS. The tree view is expanded to 'SOLIDWORKS Curriculum' > 'Curriculum 2018 and 2019'. A red circle highlights the file 'EDU_Technical_Vocational_2018and2019_FRA.zip' at the bottom, with a red arrow pointing to the 'CAD Tutorials for Vocational Schools' folder in the tree. Callouts provide additional information:

- 'Tutoriels pour les débutants' points to the 'Fundamentals of 3D Design and Simulation' folder.
- 'Plein d'exercices niveau 2' points to the 'Fundamentals of SOLIDWORKS' folder.
- 'Intéressant mais pour les passionnés : très long' points to the 'Race Car Project' folder, which includes a small image of a race car model.

At the bottom, a tooltip for the zip file reads: 'EDU_Technical_Vocational_2018and2019_FRA.zip', 'CAD Tutorials for Vocational Schools - French', and 'CTRL + clic pour télécharger le fichier zip'.

13) Enfin d'autres **tutoriels SOLIDWORKS** intéressants sont dans **Evaluation de conception** (cette version standard de **Solidworks** est limitée et seules quelques simulations sont disponibles) :

Animation	SOLIDWORKS SimulationXpress	SOLIDWORKS FloXpress
Durée: 30 minutes	Durée: 45 minutes	Durée: 45 minutes
		
Ajoutez un moteur, animez l'assemblage et supprimez une contrainte pendant l'animation.	Effectuez une analyse des contraintes avec cet outil de test initial.	Etudiez le flux de l'eau à l'aide de l'animation des lignes d'écoulement.

2 Rappels mathématiques (2h)

2.1 Définition

Un vecteur est un segment orienté.

Explications :

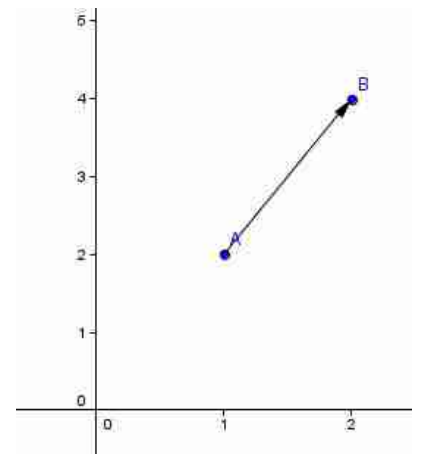
Un vecteur peut être représenté sous forme de flèche.

Le début de la flèche représente le point de départ.

La pointe représente le point d'arrivée.

Considérons un vecteur qui part du point A(1;2) et qui se termine au point B(2;4)

Nous avons un point A(1;2), un point B(2;4) et un vecteur que l'on note \overrightarrow{AB} (un vecteur se note avec une flèche au-dessus toujours vers la droite)



2.2 Propriétés d'un vecteur

Un vecteur n'a pas de position définie, dans un repère.

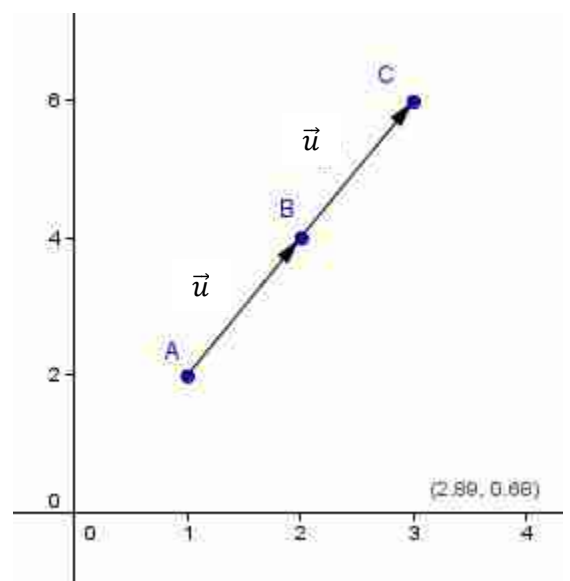
En prenant pour point de départ le point B et en prenant le même vecteur, nous obtenons un point C (voir figure).

Pour chaque point de départ M, on obtient un point d'arrivée unique M' tel que les segments orientés de A vers B et de M vers M' aient la même direction, le même sens et la même longueur.

Nous pouvons désigner un vecteur par une seule lettre par exemple \vec{u} ou \vec{v} ou \vec{x} etc.

On obtient donc :

Ici, nous voyons que c'est le même vecteur \vec{u} qui transforme A en B, et B en C.



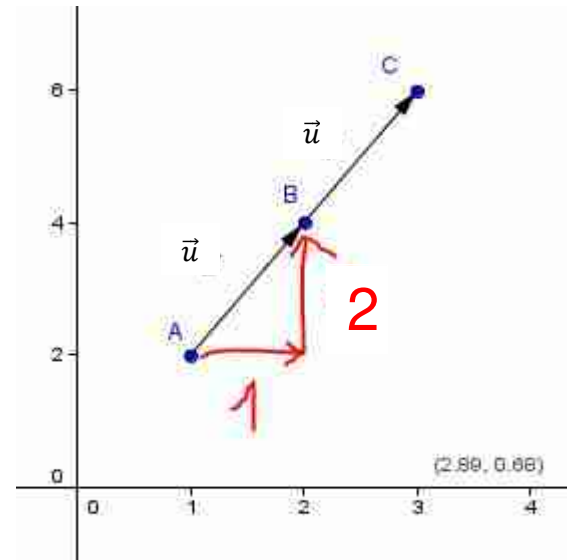
Un vecteur est donc un déplacement du point de départ, vers un point d'arrivée, en suivant 3 paramètres :

- La longueur de la flèche
- L'angle de la flèche
- Le sens de la flèche

Le sens sert à savoir si le vecteur part de A vers B ou B vers A.

On note un vecteur \vec{u} (déplacement en x ; déplacement en y)

Dans ce cas, $\vec{u}(1 ; 2)$



2.3 Somme de vecteurs

Pour additionner le vecteur $\vec{a}(11;-3)$ avec le vecteur $\vec{b}(-7;2)$, on ajoute les abscisses d'une part et les ordonnées d'autre part

$$\vec{a} + \vec{b} = (11+(-7); -3+2) = (11-7; -3+2) = (4; -1)$$

2.4 Différence de vecteurs

Pour calculer la différence du vecteur $\vec{a}(11;-3)$ et de $\vec{b}(-7;2)$, on soustrait les abscisses d'une part et les ordonnées d'autre part:

$$\vec{a} - \vec{b} = (11;-3) - (-7;2) = ((11)-(-7); (-3)-(2)) = (11+7; -3-2) = (18; -5)$$

2.5 Relation de Chasles

La relation de Chasles : quels que soient les points A, B et C : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Et si mon calcul contient plus de 2 membres ?

Pas de problème, appliquez la même méthode 😊

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{AE}$$

Ici, on peut supprimer les 'B', les 'C', et les 'D'.

On obtient donc \vec{AE}

💡 Si tous les termes se suppriment eux-mêmes (par exemple $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA}$), alors on obtient le vecteur nul : noté $\vec{0}$.

Exercice 1 : relation de Chasles

Faire la somme vectorielle ou répondre "on ne peut pas appliquer la relation de Chasles" selon les cas.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} =$

c) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OA} =$

d) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{AC} =$

e) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} =$

f) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} =$

g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} =$

h) $\overrightarrow{DV} + \overrightarrow{VH} =$

i) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{CD} =$

j) $\overrightarrow{FR} + \overrightarrow{TR} =$

Correction :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur \overrightarrow{AC}

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles ✓

c) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OA} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur \overrightarrow{CA}

d) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{AC} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$

e) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BF}$

f) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur \overrightarrow{AE}

g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur \overrightarrow{AE}

h) $\overrightarrow{DV} + \overrightarrow{VH} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles * vecteur \overrightarrow{DH}

i) $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{CD} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles ✓

j) $\overrightarrow{FR} + \overrightarrow{TR} =$ on ne peut pas appliquer la relation de Chasles ✓

Exercice 2 : Relation de Chasles encore

1. Simplifier : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} =$
2. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(0;0)$, $\overrightarrow{BC}(0;1)$ et $\overrightarrow{CD}(1;3)$. forme : $\overline{XX}(X;X)$:
3. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(0;1)$, $\overrightarrow{BC}(9;1)$ et $\overrightarrow{CD}(1;5)$. forme : $\overline{XX}(XX;X)$:
4. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(5;5)$, $\overrightarrow{BC}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme : $\overline{XX}(XX;XX)$:
5. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{BA}(5;5)$, $\overrightarrow{BC}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme : $\overline{XX}(XX;XX)$:
6. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{BA}(5;5)$, $\overrightarrow{CB}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme : $\overline{XX}(XX;XX)$:
7. Comment note-t-on le vecteur nul ?
8. Un vecteur peut-il définir une translation (déplacement) dans le plan ? (oui/non)

Correction :

1. Simplifier : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
On peut supprimer les 2 "B" et les 2 "C", ce qui nous laisse le A et le D. On obtient donc le vecteur \overrightarrow{AD} .
2. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(0;0)$, $\overrightarrow{BC}(0;1)$ et $\overrightarrow{CD}(1;3)$. forme: $\overline{XX}(X;X)$ $\overrightarrow{AD}(1;4)$
3. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(0;1)$, $\overrightarrow{BC}(9;1)$ et $\overrightarrow{CD}(1;5)$. forme: $\overline{XX}(XX;X)$ $\overrightarrow{AD}(10;7)$
4. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{AB}(5;5)$, $\overrightarrow{BC}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme: $\overline{XX}(XX;XX)$ $\overrightarrow{AD}(15;15)$
5. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{BA}(5;5)$, $\overrightarrow{BC}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme: $\overline{XX}(XX;XX)$ $\overrightarrow{AD} = (5,5)$ car $\overrightarrow{AB}(-5;-5) = -\overrightarrow{BA} = (5;5)$
6. Calculer $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ sachant que $\overrightarrow{BA}(5;5)$, $\overrightarrow{CB}(5;5)$ et $\overrightarrow{CD}(5;5)$. forme: $\overline{XX}(XX;XX)$ $\overrightarrow{AD} = (-5, -5)$
7. Comment note-t-on le vecteur nul? $\vec{0}$
8. Un vecteur peut-il définir une translation (déplacement) dans le plan ? (oui/non) **oui, pour une translation, les images déplacées de tous les points peuvent être obtenues à l'aide du même vecteur**

Exercice 3 : Coordonnées d'un vecteur

On donnera les coordonnées des vecteurs sous la forme (x;y) sans espace, x et y étant séparés par un point-virgule

Dans un repère orthonormé, on donne les points A(-2 ; 1), B(3 ; 5) et C(6 ; 8)

- a) Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées :...
- b) Le vecteur \overrightarrow{AC} a pour coordonnées :...
- c) Les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont-elles proportionnelles ?
- d) Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Soit le point D(- 4 ; 0)

- e) Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{DC} sont :...
- f) Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ?
- g) Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?
- h) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Correction :

- a) Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées (5 ; 4) car $x_B - x_A = 3 + 2$ et $y_B - y_A = 5 - 1$.
- b) Le vecteur \overrightarrow{AC} a pour coordonnées (8 ; 7) car $x_C - x_A = 6 + 2$ et $y_C - y_A = 8 - 1$.
- c) Les coordonnées des vecteurs sont-elles proportionnelles ? non car 5/8 différent de 4/7.
- d) Les points A, B et C sont-ils alignés ? non car les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.
- e) Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{DC} sont (10 ; 8) car $x_C - x_D = 6 + 4$ et $y_C - y_D = 8$
et on a $\overrightarrow{DC} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$ car $x_C - x_D = 10 = 2(x_B - x_A)$ ET $y_C - y_D = 8 = 2(y_B - y_A)$
- f) Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ? oui car les vecteurs sont colinéaires.
- g) Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ? non car les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} sont colinéaires mais non égaux.
- h) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? ABCD est un trapèze car les côtés [AB] et [DC] sont parallèles et leurs longueurs sont différentes.

2.6 Norme d'un vecteur

L'espace est supposé muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (\vec{i}, \vec{j} et \vec{k} sont des vecteurs de longueur unitaire perpendiculaires entre eux).

Si \vec{v} est un vecteur de coordonnées (x,y,z) alors la norme $\|\vec{v}\|$ du vecteur \vec{v} est donné par :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Exercice : Calculer la norme des vecteurs suivants

a) Soit \vec{v} le vecteur de coordonnée $(1,2,3)$.

$$\|\vec{v}\| =$$

b) Soit \vec{v} le vecteur de coordonnée $(2,2,3)$.

$$\|\vec{v}\| =$$

c) Soit \vec{v} le vecteur de coordonnée $(4,2,3)$.

$$\|\vec{v}\| =$$

d) Soit \vec{v} le vecteur de coordonnée $(6,2,3)$.

$$\|\vec{v}\| =$$

Correction :

a) $\|\vec{v}\| = \sqrt{14}$

b) $\|\vec{v}\| = \sqrt{17}$

c) $\|\vec{v}\| = \sqrt{29}$

d) $\|\vec{v}\| = \sqrt{49}$

2.7 Produit scalaire de vecteurs

Définition :

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Soient $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x', y')$ deux vecteurs du plan.

Le produit scalaire des vecteurs \vec{u} et \vec{v} est le nombre réel, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$ défini par l'une des propositions suivantes équivalentes :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot x' + y \cdot y'$,
- si \vec{u} et \vec{v} sont non nuls : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\vec{u}; \vec{v})$.

Interprétation graphique du produit scalaire :

Le produit scalaire permet de réaliser la projection orthogonale d'un vecteur sur l'autre (si les vecteurs sont perpendiculaires alors la projection est nulle, si les vecteurs sont parallèles alors la projection vaut le produit de leur longueur).

Propriétés et conséquences :

- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (symétrique),
- pour tout α réel : $(\alpha \cdot \vec{u}) \cdot \vec{v} = \alpha \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v})$ (linéaire)

Exercice (10 minutes) : produit scalaire de vecteur

- Soit $\vec{u}(4; 3)$. Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{u}$ donne $\vec{u} \cdot \vec{u} = \dots$
et donc la norme de \vec{u} notée ici $u = \dots$
- On donne $\vec{u} = \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$ et alors le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v} = k$ avec $k = \dots$
- Soit $\vec{u}(3; 4)$ et $v=2$. L'angle entre \vec{u} et \vec{v} vaut 60° ($\frac{\pi}{3}$ rad) alors le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{u} = k$ avec $k = \dots$
- On donne $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$, $u=1$ et $v=2$. L'angle θ entre \vec{u} et \vec{v} vaut ...
- Soient les 3 points du plan $A(1; 2)$, $B(3; 5)$ et $C(4; 0)$. Le triangle ABC est rectangle en ...
- Déterminer le réel m pour que \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux
 - si $\vec{u}(-5; 2)$ et $\vec{v}(m; -2)$ alors $m = \dots$
 - si $\vec{u}(-m; 3 - m)$ et $\vec{v}(2; -m)$ alors $m = \dots$
 - si $\vec{u}(m - 4; 2 \cdot m + 1)$ et $\vec{v}(2 \cdot m; 3 - m)$ alors $m = \dots$
- L'ensemble des points du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est :
 - le cercle de diamètre AB,
 - le segment [AB],
 - ou la médiatrice du segment [AB] ?
- Si $MA=MB=1$ et que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -1$ est-ce que
 - A et B sont confondus ou
 - \overrightarrow{MA} et \overrightarrow{MB} sont opposés ?

Correction :

- a) Soit $\vec{u}(4; 3)$. Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{u}$ donne $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$
et donc la norme de \vec{u} , notée ici $u = 5$
- b) On donne $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{j}$ et alors le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v} = k$ avec $k = -1$
le calcul donne $(1 \cdot 5) + (-3 \cdot 2) = -1$.
- c) Soit $\vec{u}(3; 4)$ et $v = 2$. L'angle entre \vec{u} et \vec{v} vaut 60° ($\frac{\pi}{3}$ rad) alors le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v} = k$ avec $k = 5$
le calcul conduit à $u = 5$. Comme $\cos(60^\circ) = 1/2$ on obtient $5 \cdot 2 \cdot 1/2 = 5$
- d) On donne $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$, $u = 1$ et $v = 2$. L'angle θ entre \vec{u} et \vec{v} vaut 60°
L'une des formules donne : $1 = 1 \cdot 2 \cdot \cos(\theta)$ d'où $\cos(\theta) = 1/2$ et $\theta = 60^\circ$
- e) Soient les 3 points du plan $A(1; 2)$, $B(3; 5)$ et $C(4; 0)$. Le triangle ABC est rectangle en A.
Les coordonnées du vecteur \vec{AB} sont $(2, 3)$ et celles du vecteur \vec{AC} $(3, -2)$. Ces deux vecteurs ont un produit scalaire nul, ils sont donc orthogonaux, le triangle ABC est rectangle en A.
- f) Déterminer le réel m pour que \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux
- si $\vec{u}(-5; 2)$ et $\vec{v}(m; -2)$ alors $m = -4/5$ en résolvant $-5m - 4 = 0$
 - si $\vec{u}(-m; 3 - m)$ et $\vec{v}(2; -m)$ alors $m = \{0; 1\}$
On doit résoudre $2m - m(3 - m) = 0$ qui conduit à $m(m - 1) = 0$.
 - si $\vec{u}(m - 4; 2m + 1)$ et $\vec{v}(2m; 3 - m)$ alors $m = 1$
Le calcul conduit après simplifications à $5m - 5 = 0$ d'où $m = 1$
- g) L'ensemble des points du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ est : le cercle de diamètre AB.
Le vecteur \vec{MA} est orthogonal au vecteur \vec{MB} , le triangle AMB est rectangle en M et inscrit dans le cercle de diamètre [AB]
- h) Si $MA = MB = 1$ et que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -1$ c'est que le vecteur \vec{MB} est l'opposé du vecteur \vec{MA}
Le calcul conduit à $\cos(\theta) = -1$ soit $\theta = 180^\circ$.