

<h1>Cours</h1>	<h2>Cours ST 5</h2>	TS11 (Période 4)
	<h3>Frottement : lois de Coulomb</h3>	30 min
	<b>Cycle 9</b> : Statique	5 semaines

<b>ANALYSER</b>	<b>ANALYSER</b> Isoler un système et justifier l'isolement.
<b>ANALYSER</b>	<b>ANALYSER</b> Comparer qualitativement les caractéristiques physiques des matériaux.
	<b>ANALYSER</b> Justifier le choix d'un matériau et/ou d'un procédé.
	<b>MODELISER</b> Modéliser une action mécanique.
<b>RESOUDRE</b>	<b>RESOUDRE</b> Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue.
	<b>RESOUDRE</b> Déterminer les actions mécaniques en statique.
	<b>CONCEVOIR</b> Dimensionner un composant des chaînes fonctionnelles.

L'hypothèse de liaison parfaite permet d'approcher la réalité dans la plupart des cas.

Néanmoins dans certains cas, la prise en compte des frottements est nécessaire :

- Solide maintenu en équilibre par adhérence,
- Frottement dans les vérins...

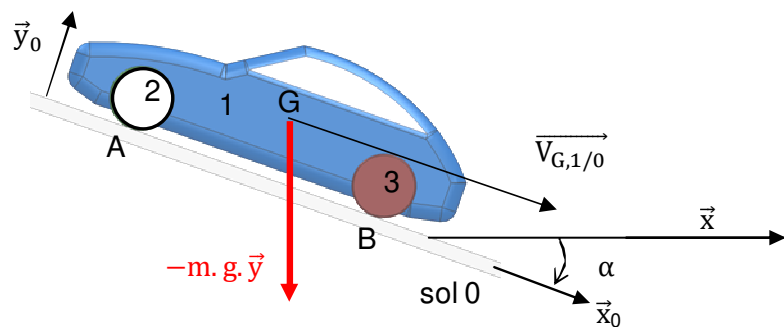


## 1 Le frottement entre solides

### 1.1 Loi de Coulomb pour le frottement (cas de pièces avec mouvement relatif)

Le modèle de Coulomb est le modèle de frottement couramment utilisé dans le cadre du frottement sec entre solides (modélise suffisamment bien le frottement même si la réalité est plus complexe).

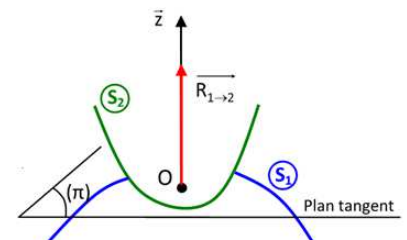
Exemple : voiture 1 glissant sur une route 0 (verglacée) en pente (roue 2 et 3 freinée).



#### Modèle dans le cas d'un contact ponctuel parfait

Torseur statique d'une liaison sphère-plan PARFAITE de normale  $(A, \vec{z})$

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{1 \rightarrow 2} & 0 \end{Bmatrix}_{O,R}$$

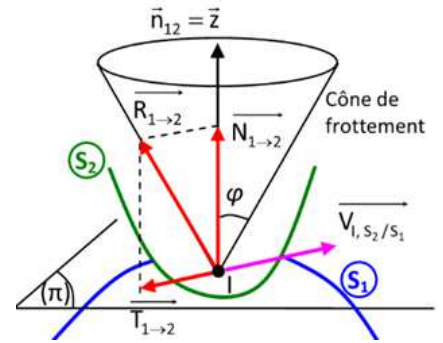


**Modèle dans le cas d'un contact ponctuel avec frottement**

On distingue 2 composantes dans le cas d'une liaison avec frottement pour l'action de 1 sur 2 en I :

- la composante normale au plan tangent du contact en I :  $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$  ,
- la composante tangente au contact en I :  $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$  ,

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} T_x & 0 \\ T_y & 0 \\ N & 0 \end{Bmatrix}_{I,R}$$



**Loi de Coulomb sur le frottement (avec glissement) pour un contact ponctuel en I :**

- $\|\vec{T}_{1 \rightarrow 2}\| = f \cdot \|\vec{N}_{1 \rightarrow 2}\|$   
(avec  $f = \tan \phi$  où  $\phi$  est l'angle entre la normale au contact et la résultante de 1 → 2).
- $\vec{T}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{V}_{1,2/1} < 0$  : la composante due au frottement s'oppose au déplacement et
- $\vec{T}_{1 \rightarrow 2} \wedge \vec{V}_{1,2/1} = \vec{0}$  : la composante due au frottement est tangente à la vitesse de glissement.

**Bien noter :**

- $\vec{R}_{1 \rightarrow 2}$  est donc sur un cône d'angle  $\phi$  par rapport à la normale au contact,
- L'inversion des indices statique 1 → 2 et cinématique 2/1

Exemple :

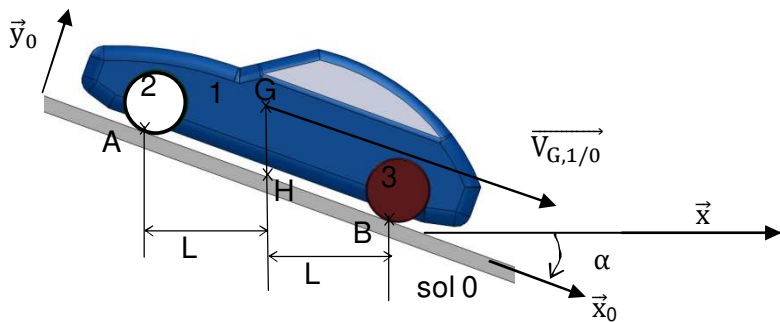
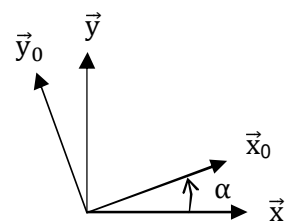


Figure plane :



**Hypothèses :**

- Les 2 roues freinent avec un glissement à vitesse constante (équilibre) et  $f = 0,5$ .
- Le problème admet une symétrie plane  $(A, \vec{x}, \vec{y})$ .

• Actions sur  $S = \{1,2,3\}$  :  $\{\tau_{0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 2} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_0}$      $\{\tau_{0 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{1 \rightarrow 3} & 0 \\ Y_{1 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,R_0}$      $\{\tau_{p \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R}$

**Théorème du moment appliqué à  $S = \{1,2,3\}$  en H :**  $\vec{M}_{H,p \rightarrow s} + \vec{M}_{H,0 \rightarrow 2} + \vec{M}_{H,0 \rightarrow 3} = \vec{0}$   
sur  $\vec{z}_0$  :  $0 - L \cdot Y_{02} + L \cdot Y_{03} = 0$  (1)

**Théorème de la résultante appliqué à  $\{1,2,3\}$  :**  $\vec{R}_{p \rightarrow s} + \vec{R}_{0 \rightarrow 2} + \vec{R}_{0 \rightarrow 3} = \vec{0}$   
sur  $\vec{x}_0$  :  $-m \cdot g \cdot \sin \alpha + X_{02} + X_{03} = 0$  (2)

sur  $\vec{y}_0$  :  $-m \cdot g \cdot \cos \alpha + Y_{02} + Y_{03} = 0$  (3)

**Loi de Coulomb pour le frottement :**  $X_{02} = -f \cdot Y_{02}$  (4) (car  $X_{02} < 0$  et  $Y_{02} > 0$ )

$X_{03} = -f \cdot Y_{03}$  (5)

(1) →  $Y_{02} = Y_{03}$  et en utilisant (4) et (5) →  $X_{02} = X_{03}$

A l'équilibre (2) →  $X_{03} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{2}$  et (3) →  $Y_{03} = \frac{m \cdot g \cdot \cos \alpha}{2}$  soit  $\frac{X_{03}}{Y_{03}} = \tan(\alpha)$ ,

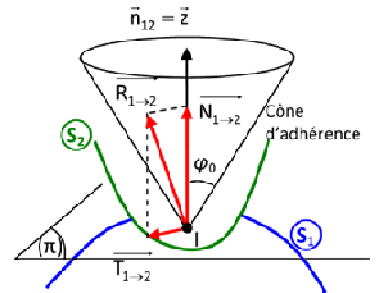
d'après (5) :  $\frac{X_{03}}{Y_{03}} = -f = -\tan(\varphi) = \tan(\alpha)$  soit  $-\varphi = \alpha$  (avec  $\varphi = 27^\circ$  pour  $f = 0,5$ ).

## 1.2 Loi de Coulomb pour l'adhérence (cas de pièces sans mouvement relatifs)

Ce modèle se présente sous forme d'une inéquation. On se place souvent à la limite du glissement pour retrouver une équation.

La loi de Coulomb sur l'adhérence (sans glissement) pour un contact ponctuel en  $I$  :

- $\|\vec{T}_{1 \rightarrow 2}\| \leq f_a \cdot \|\vec{N}_{1 \rightarrow 2}\|$   
(avec  $f_a = \tan \varphi_a$  où  $\varphi_a$  est l'angle maximum entre la normale au contact et la résultante de  $1 \rightarrow 2$ ).
- $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$ : la composante due au frottement s'oppose au déplacement qui tend à être provoqué (s'obtient par application du PFS)



## 1.3 Valeurs des coefficients de frottement et d'adhérence

Le coefficient de frottement est presque toujours inférieur au coefficient d'adhérence mais la différence entre les 2 coefficients est tellement faible que leurs valeurs sont rarement distinguées.

Valeurs extraites de "Systèmes mécaniques" par M. Aublin chez Dunod :

Matériaux en contact	adhérence $f_a$		frottement $f$	
	sec	lubrifié	sec	lubrifié
acier /acier	0,2 à 0,3	0,15 à 0,2	0,2	0,12
acier /bronze	0,2	0,15 à 0,2	0,25	0,12
acier/ferodo (frein)	0,3 à 0,4		0,25 à 0,35	
acier /PTFE	0,08 à 0,4		0,02 à 0,08	0,003 à 0,005
Pneu neuf / route	1		0,5 à 0,6	0,3 à 0,5

La différence entre  $f$  et  $f_a$  s'illustre techniquement par :

- Le meilleur freinage d'un véhicule lorsque les roues ne sont pas bloquées. Le maintien de l'adhérence peut être assuré par un dispositif spécifique : freinage ABS,

## 2 Arc-boutement

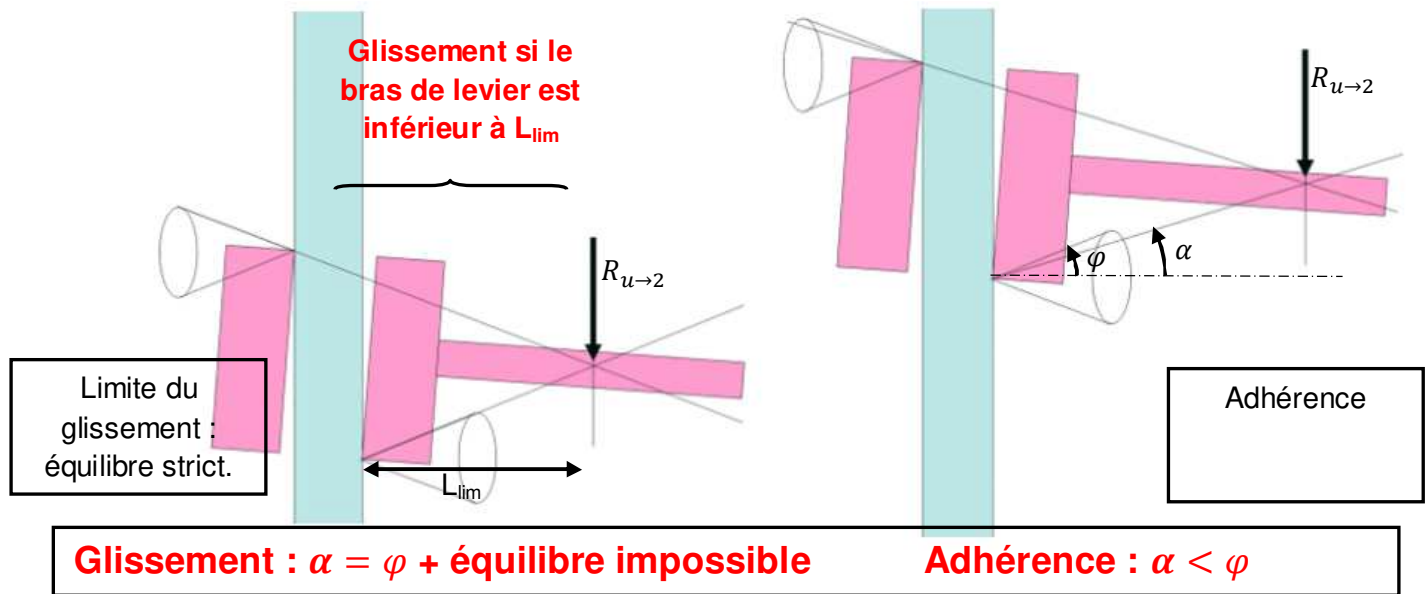
L'arc-boutement est une configuration pour laquelle l'équilibre permis par l'adhérence est indépendant de l'intensité des forces "motrices".

L'arc-boutement se produit lorsque l'angle  $\alpha$  entre la normale au contact et la résultante en ce point est inférieur à l'angle  $\varphi$  du cône de frottement :

**arc-boutement si  $\alpha < \varphi = \arctan(f)$**

Exemples :

- Voiture en pente à l'équilibre tant que la pente  $\alpha$  est inférieure à l'angle du cône de frottement  $\varphi$ .
- Tiroir en glissière avec jeu qui se coince en fonction de la direction de l'effort de l'utilisateur (voir figures suivantes).



### 3 Liaisons avec frottement

#### 3.1 Modèle de répartition surfacique des actions de contact

Pour l'action d'un système 0 sur un système 2, le lien entre la modélisation locale (pressions) et la modélisation globale (torseur transmissible ou torseur statique) est le suivant :

$$\{T_{0 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \rightarrow 2} = \int_S (-p \cdot \vec{n}_{(M)} + pt(M) \cdot \vec{t}_{(M)}) \cdot ds \\ \vec{M}_{A,0 \rightarrow 2} = \int_S \overline{AM} \wedge (-p \cdot \vec{n}_{(M)} + pt(M) \cdot \vec{t}_{(M)}) \cdot ds \end{array} \right\}_A$$

avec  $p(M)$ : la pression de contact en M (en Pa),  
 $ds$  : une surface élémentaire (en  $m^2$ )  
 $\vec{n}_{(M)}$  : normale unitaire au point M dirigée vers l'extérieur de 2,  
 $pt(M)$  : la répartition surfacique tangentielle due au frottement,  
 $\vec{t}_{(M)}$  : la tangente au contact opposée à  $\overline{V_{M,2/0}}$ .

On se place généralement dans le cas du frottement (ou alors à la limite du glissement) et les lois de Coulomb donne dans ce cas l'expression de  $p_t$  :  $p_t = f \cdot p$  avec  $f$  : coefficient de frottement.

#### 3.2 Modèle de répartition linéique des actions de contact

Pour l'action d'un système 0 sur un système 2, le lien entre la modélisation locale (répartition linéique) et la modélisation globale (torseur transmissible ou torseur statique) est le suivant :

$$\{T_{0 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \rightarrow 2} = \int_\ell (-\lambda(M) \cdot \vec{n}_{(M)} + \lambda t(M) \cdot \vec{t}_{(M)}) \cdot d\ell \\ \vec{M}_{A,0 \rightarrow 2} = \int_\ell \overline{AM} \wedge (-\lambda(M) \cdot \vec{n}_{(M)} + \lambda t(M) \cdot \vec{t}_{(M)}) \cdot d\ell \end{array} \right\}_A$$

avec  $d\ell$  : une longueur élémentaire (en m),  
 $\lambda(M)$ : répartition linéique de l'action mécanique selon la direction  $\vec{n}_{(M)}$ ,  
 $\vec{n}_{(M)}$  : normale unitaire au point M dirigée vers l'extérieur de 2,  
 $\lambda t(M)$  : la répartition linéique tangentielle due au frottement (en général  $\lambda t = f \cdot \lambda$ ),  
 $\vec{t}_{(M)}$  : la tangente au contact opposée à  $\overline{V_{M,2/0}}$ .