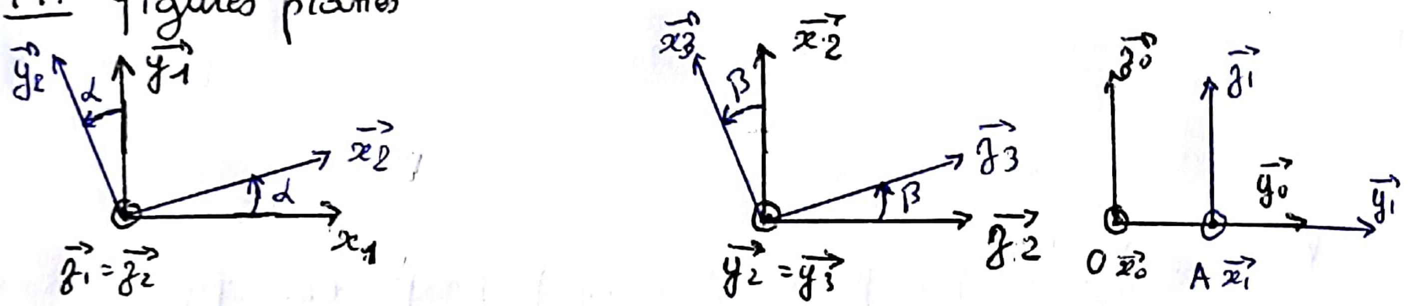
Partie 1 : vecteur vitesse de rotation

Q1 : figures planes



Q2 : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0}$; $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = +\dot{\alpha}\,\vec{z_1}$; $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = +\dot{\beta}\,\vec{y_2}$

Partie 2 : vecteur vitesse d'un solide (pt) par rapport à un autre

Q3 : $\overrightarrow{V_{A1/0}} = \dfrac{d\overrightarrow{OA}}{dt} = \dfrac{d(\lambda\,\vec{y_1})}{dt} = \underline{\dot{\lambda}\,\vec{y_0}}$ ($\vec{y_1}$ fixe dans R_0)

$\overrightarrow{V_{B2/0}} = \overrightarrow{V_{B2/1}} + \overrightarrow{V_{B1/0}}$ or $\overrightarrow{V_{B2/1}} = \vec{0}$ car B centre de liaison

$\overrightarrow{V_{B2/0}} = \overrightarrow{V_{B1/0}} = \overrightarrow{V_{A1/0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ or $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0}$

$\underline{\overrightarrow{V_{B2/0}} = \overrightarrow{V_{A1/0}}}$

Q4 : B est le centre de liaison : $\overrightarrow{V_{B3/0}} = \overrightarrow{V_{B2/0}}$

Théorème de Varignon : distribution des vitesses

$\overrightarrow{V_{P3/0}} = \overrightarrow{V_{B3/0}} + \overrightarrow{PB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \dot{\lambda}\,\vec{y_0} + (-L\,\vec{z_3}) \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/0}}$

$\overrightarrow{V_{P3/0}} = \dot{\lambda}\,\vec{y_0} - L\,\vec{z_3} \wedge (\dot{\beta}\,\vec{y_2} + \dot{\alpha}\,\vec{z_2}) = \dot{\lambda}\,\vec{y_0} - L(\cos\beta\,\vec{z_2} + \sin\beta\,\vec{x_2}) \wedge (\dot{\beta}\,\vec{y_2} + \dot{\alpha}\,\vec{z_2})$

$\underline{\overrightarrow{V_{P3/0}} = \dot{\lambda}\,\vec{y_0} + L\dot{\beta}\cos\beta\,\vec{x_2} - L\dot{\beta}\sin\beta\,\vec{z_2} + L\dot{\alpha}\sin\beta\,\vec{y_2}}$

Partie 3 : Respect du cahier des charges

Q5 : Projection du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{P3/0}}$ dans le repère R_0

$$\vec{x_2} = \cos\alpha\,\vec{x_1} + \sin\alpha\,\vec{y_1} = \cos\alpha\,\vec{x_0} + \sin\alpha\,\vec{y_0}$$
$$\vec{y_2} = \cos\alpha\,\vec{y_1} - \sin\alpha\,\vec{x_1} = \cos\alpha\,\vec{y_0} - \sin\alpha\,\vec{x_0}$$
$$\vec{z_2} = \vec{z_1} = \vec{z_0}$$

Soit $\overrightarrow{V_{P3/0}} = \dot{\lambda}\vec{y_0} + L\dot{\beta}\cos\beta(\cos\alpha\,\vec{x_0} + \sin\alpha\,\vec{y_0}) - L\dot{\beta}\sin\beta\,\vec{z_0} + L\dot{\alpha}\sin\beta(\cos\alpha\,\vec{y_0} - \sin\alpha\,\vec{x_0})$

proj sur $\vec{x_0}$: $\underline{V = L\dot{\beta}\cos\beta\cos\alpha - L\dot{\alpha}\sin\beta\sin\alpha}$

Q6 : $\beta = \beta_0 \Rightarrow \dot{\beta} = 0$

$$V = -L\dot{\alpha}\sin\beta_0\sin\alpha \Rightarrow \boxed{\dot{\alpha} = \frac{-V}{L\sin\beta_0\sin\alpha}}$$

proj sur $\vec{y_0}$: $\overrightarrow{V_{P3/0}} = \vec{0} = \dot{\lambda} + L\dot{\beta}\cos\beta\sin\alpha + L\dot{\alpha}\sin\beta\cos\alpha$

$$\Rightarrow \dot{\lambda} = -L\dot{\alpha}\sin\beta_0\cos\alpha = -L\left(\frac{-V}{L\sin\beta_0\sin\alpha}\right)\sin\beta_0\cos\alpha$$

$$\boxed{\dot{\lambda} = \frac{V}{\tan\alpha}}$$

Q7 : La condition du cahier des charges est vérifiée si :

$\dot{\alpha}\sin\alpha$ = constante.