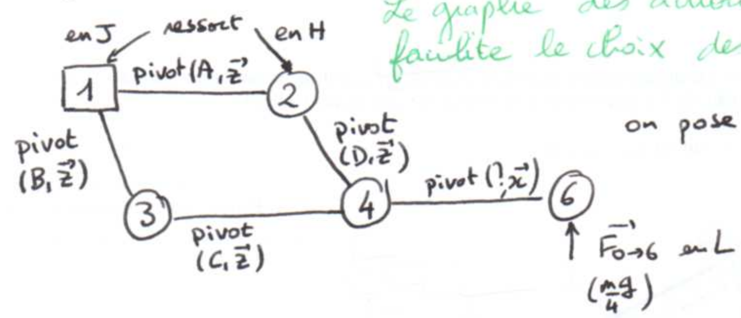
1/5

# Suspension automobile




Le graphe des actions mécaniques facilite le choix des isolements

on pose $\mathcal{R} = (B, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z})$

**R1** Pour montrer que $Y_{13} = 0$, il faut isoler un système dans lequel apparaît 3 :

Bilan des actions extérieures à 3

3 est soumis à 2 actions mécaniques : 1 → 3 en

* 1 → 3 en B : pivot (B, $\vec{z}'$) $\mathcal{T}_{1\to3} = \begin{Bmatrix} X_{13} & L_{13} \\ Y_{13} & N_{13} = 0 \\ Z_{13} = 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,\mathcal{R}}$

moment nul

* 4 → 3 en C : pivot (C, $\vec{z}$)

de même que 1 → 3 ⇒ $\mathcal{T}_{4\to3} = \begin{Bmatrix} X_{43} & 0 \\ Y_{43} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,\mathcal{R}}$

le problème est plan de plan $(\vec{x}', \vec{y}')$

3 est donc soumis à 2 forces (actions mécaniques dont les moments sont nuls au centre de liaison).

PFS appliqué à 3

3 est à l'équilibre sous ces 2 forces si :

* les 2 supports de résultante sont portée par la droite (BC) (B et C : points d'applications des forces).

inutile ici (* les résultantes sont opposées (même intensité sens opposé))

$\vec{R}_{1\to3}$ est donc porté par (BC) // $\vec{x}'$ ⇒ $\boxed{Y_{13} = 0}$

**R2** PFS appliqué à {4, 6} :

Bilan des actions extérieures appliquées à {4, 6}

2 → 4 en D : pivot d'axe (D, $\vec{z}$)

3 → 4 en C : pivot d'axe (C, $\vec{z}$)

0 → 6 en L : force de résultante $\vec{F}_{0\to6} = \frac{mg}{4}\vec{y}$

2/5

- D'après les résultats obtenus à la question 1 et par application du <u>théorème des actions mutuelles</u> :

$$\mathcal{T}_{3\to4} = -\mathcal{T}_{4\to3} = \begin{Bmatrix} -X_{43} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,\mathcal{R}} \text{ donc de la forme } \mathcal{T}_{3\to4} = \begin{Bmatrix} X_{34} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,\mathcal{R}}$$

- De la <u>même façon qu'au 1)</u> on montre que

$$\mathcal{T}_{2\to4} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D,\mathcal{R}} \quad : \text{force en D.}$$

Les équations données par le PFS appliqué à {4,6} en D sont :

<u>Théorème de la résultante statique</u> (équilibre en translation)

$$\vec{R}_{2\to4} + \vec{R}_{3\to4} + \vec{F}_{0\to6} = \vec{0} \quad \text{(équation vectorielle)}$$

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} : & X_{24} + X_{34} + 0 = 0 \\ \text{sur } \vec{y} : & 0 + Y_{24} + \frac{mg}{4} = 0 \end{cases} \quad \text{(équations scalaires)}$$

<u>Théorème du moment statique en D</u> :

$$\vec{\mathcal{M}}_{D\,2\to4} + \vec{\mathcal{M}}_{D\,3\to4} + \vec{\mathcal{M}}_{D\,0\to6} = \vec{0} \quad \text{(équilibre en rotation autour de D)}$$

- $\vec{\mathcal{M}}_{D\,2\to4} = \vec{0}$ car $2\to4$ est une force en D.
- $\vec{\mathcal{M}}_{D\,3\to4} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{C\,3\to4}}_{\vec{0}} + \vec{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4} = (\vec{DC}+\vec{CB}) \wedge X_{34}\vec{x}$

C centre de liaison de $3\to4$

$$= (c\vec{x} - a\vec{y}) \wedge X_{34}\vec{x}$$
$$= a X_{34}\,\vec{z}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{y}\wedge\vec{x} = -\vec{z} \\ \vec{x}\wedge\vec{x} = \vec{0} \end{array}}$$

- $\vec{\mathcal{M}}_{D\,0\to6} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{L\,0\to6}}_{\vec{0}\text{ (force en L)}} + \vec{DL} \wedge \vec{F}_{0\to6}$

$$= (\vec{DC} + \vec{CL}) \wedge F_{06}\,\vec{y}$$
$$= (c\vec{x} - a\vec{y} + e\vec{x} - \mu\vec{y}) \wedge F_{06}\,\vec{y} = F_{06}\,(c+e)\,\vec{z}$$

sur $\vec{z}$ : $\quad 0 + a X_{34} + F_{06}\,(c+e) = 0$ (équation scalaire)

3/5

D'où les 3 équations scalaire du PFS appliqué à $\{4,6\}$ pour le problème plan $(B, \vec{x}', \vec{y}')$ :

$$\boxed{\begin{aligned} X_{34} &= - F_{06} \frac{c+e}{a} \\ X_{24} &= - X_{34} \\ Y_{24} &= - F_{06} \end{aligned}}$$

$\boxed{R3}$ On montre comme au 1) que le ressort est soumis à 2 forces : $1 \to 9$ en J et $2 \to 9$ en H puisqu'il s'agit de liaisons pivot d'axe perpendiculaire au problème plan $(B, \vec{x}', \vec{y}')$.

$\vec{R}_{9\to2}$ est donc portée à l'équilibre par $(JH) // \vec{y}'$

$\Rightarrow \boxed{X_{92} = 0}$

$\boxed{R4}$ PFS appliqué à $\{2\}$

Bilan des actions mécaniques

$1 \to 2$ en A : pivot d'axe $(A, \vec{z})$

$4 \to 2$ en D : pivot d'axe $(D, \vec{z})$

$9 \to 2$ en H : pivot d'axe $(H, \vec{z})$

La symétrie du problème plan $(B, \vec{x}', \vec{y}')$ et les résultats des questions précédentes nous permet d'obtenir :

$$\mathcal{T}_{1\to2} = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A, \mathcal{R}}$$

$$\mathcal{T}_{4\to2} = - \mathcal{T}_{2\to4} = \begin{Bmatrix} - F_{06} \frac{c+e}{a} & 0 \\ - F_{06} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D, \mathcal{R}}$$

$$\mathcal{T}_{9\to2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{92} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{H, \mathcal{R}}$$

4/5

Les équations du PFS sont :

Théorème de la résultante statique (équilibre en translation)

$$\vec{R}_{1\to2} + \vec{R}_{4\to2} + \vec{R}_{9\to2} = \vec{0}$$

sur $\vec{x}$ : $X_{12} - F_{06}\dfrac{c+e}{a} + 0 = 0$

sur $\vec{y}$ : $Y_{12} - F_{06} + Y_{92} = 0$

Théorème du moment statique en A (équilibre en rotation au point A où se situe le + d'inconnues pour les résultantes) :

$$\underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{A\,1\to2}}_{\vec{0}} + \vec{\mathcal{M}}_{A\,4\to2} + \vec{\mathcal{M}}_{A\,9\to2} = \vec{0}$$

- $\vec{\mathcal{M}}_{A\,1\to2} = \vec{0}$ car $1\to2$ est une force en A.
- $\vec{\mathcal{M}}_{A\,4\to2} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{D\,4\to2}}_{\vec{0}} + \vec{AD} \wedge \vec{R}_{4\to2}$

$= d\vec{x} \wedge (X_{24}\vec{x} - F_{06}\vec{y})$

$\vec{\mathcal{M}}_{A\,4\to2} = -d\,F_{06}\,\vec{z}$

- $\vec{\mathcal{M}}_{A\,9\to2} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{H\,9\to2}}_{\vec{0}} + \vec{AH} \wedge \vec{R}_{9\to2}$

$= (L\vec{x} + h\vec{y}) \wedge Y_{92}\vec{y}$

$\mathcal{M}_{A\,9\to2} = L\,Y_{92}\,\vec{z}$

sur $\vec{z}$ : $0 + (-d\,F_{06}) + L\,Y_{92} = 0$

D'où

$$\boxed{\begin{aligned} X_{12} &= F_{06}\frac{c+e}{a} \\ Y_{92} &= F_{06}\frac{d}{L} \\ Y_{12} &= F_{06}\left(1-\frac{d}{L}\right) \end{aligned}}$$

5/5

$\boxed{R5}$ Inconnues d'effort en fonction de $F_{06} = \frac{mg}{4}$ :

$$\boxed{\begin{aligned} &X_{12} = -X_{13} = +X_{43} = -X_{34} = +X_{24} = -X_{42} = +F_{06}\,\frac{c+e}{a} \\ &-Y_{24} = Y_{42} = F_{06} \\ &Y_{92} = \frac{d}{L} F_{06} \\ &Y_{12} = F_{06}\left(1 - \frac{d}{L}\right) \end{aligned}}$$

$\boxed{R6}$ L'amortisseur en H est modélisé par un ressort :

$F = k\,\Delta l$ (en norme)

D'après R5) : $\frac{d}{L} F_{06} = k\,\Delta l$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l = \frac{d}{L}\,\frac{F_{06}}{k}} = \frac{d}{L}\,\frac{mg}{4k}$$

m, cm, N, cm, $\frac{N}{m}$

$$\Delta l = \frac{25}{15} \cdot \frac{2200 \cdot 10}{4 \cdot 10^5}$$

$\Delta l = 0{,}09\,m < 12\,cm \equiv 0{,}12\,m$

Le cahier des charges est donc respecté.