21h56

Exercices de cours

① Liaisons pivot-glissant :

$$\{\mathcal{V}_{2C/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2C/0}} = \omega_C \vec{x} \\ \overrightarrow{V_{C,2C/0}} = V_C \vec{x} \end{Bmatrix}_C$$

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{2E/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2E/0}} = \omega_E \vec{x} \\ V_{E,2E/0} = V_E \vec{x} \end{Bmatrix}_E}$$

On déplace $\{\mathcal{V}_{2C/0}\}$ au point E en déplaçant son moment (la vitesse $\vec{V}_{C,2C/0}$) au point E par Varignon :

$$\overrightarrow{V_{E,2C/0}} = \overrightarrow{V_{C,2C/0}} + \overrightarrow{EC} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2C/0}}$$

$$= V_C \vec{x} + h\vec{y} \wedge \omega_C \vec{x}$$

$$\overrightarrow{V_{E,2C/0}} = V_C \vec{x} - h\omega_C \vec{z}$$

Finalement $$\boxed{\{\mathcal{V}_{2C/0}\}_E = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2C/0}} = \omega_C \vec{x} \\ \overrightarrow{V_{E,2C/0}} = V_C \vec{x} - h\omega_C \vec{z} \end{Bmatrix}_E}$$

Les liaisons sont en parallèles donc on identifie les torseurs cinématiques (la liaison équivalente admet les mouvements communs aux 2 liaisons) au même point :

$$\{\mathcal{V}_{E/0}\}_E = \{\mathcal{V}_{2E/0}\}_E = \{\mathcal{V}_{2C/0}\}_E$$

Pour les résultantes (vitesse de rotation)

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} : & \omega_{xeq} = \omega_E = \omega_C \\ \text{sur } \vec{y} : & \omega_{yeq} = 0 = 0 \\ \text{sur } \vec{z} : & \omega_{zeq} = 0 = 0 \end{cases}$$

Pour les moments ($\vec{V}_E$) :

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{x} & V_{eqx} = V_E = V_C \\ \text{sur } \vec{y} & V_{eqy} = 0 = 0 \\ \text{sur } \vec{z} & V_{eqz} = 0 = -h\omega_C \end{cases}$$

Finalement $\boxed{\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/0} = \vec{0} \\ \vec{V}_{E,2/0} = V_{eqx}\,\vec{x} \end{array}\right\}_E}$

C'est le torseur cinématique d'une liaison glissière de direction $\vec{x}$.

22h07 2 pivot glissant $(O,\vec{x})$ $\left\{\mathcal{V}_{2b/1}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2b/1} = \omega_{2b/1}\,\vec{x} \\ \vec{V}_{O,2b/1} = V_{O,2b/1}\cdot\vec{x} \end{array}\right\}_O$

Appui-plan de normale $(A,\vec{x})$ à la même expression en tout point donc en O :

$$\left\{\mathcal{V}_{2a/1}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2a/1} = \omega_{2a/1}\,\vec{x} \\ \vec{V}_{O,2a/1} = V_y\,\vec{y} + V_z\cdot\vec{z} \end{array}\right\}_O$$

Comme les liaisons sont en parallèle entre les solide 1 et 0 alors la liaison équivalente s'obtient par identification des torseurs cinématiques au même point O :

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_O = \left\{\mathcal{V}_{2b/1}\right\}_O = \left\{\mathcal{V}_{2a/1}\right\}_O$$

Pour les vitesses de rotation : $\left\{\begin{array}{lll} w_{eqx} = \omega_{2b/1} = \omega_{2a/1} & & (1) \\ w_{eqy} = 0 & = 0 & (2) \\ w_{eqz} = 0 & = 0 & (3) \end{array}\right.$

Pour les vitesses $\vec{V}_O$: $\left\{\begin{array}{lll} V_{eqx} = V_{O,2b/1} = & 0 & (4) \\ V_{eqy} = 0 & = V_y & (5) \\ V_{eqz} = 0 & = V_z & (6) \end{array}\right.$

(4) (5) et (6) $\Longrightarrow \vec{V}_{O,2/1} = \vec{0}$

(1) (2) et (3) $\Rightarrow \vec{\Omega}_{2/1} = W_{eqx}\,\vec{x}$

donc finalement

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_O = \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/1} = w_{eqx}\,\vec{x} \\ \vec{V}_{O,2/1} = \vec{0} \end{array}\right\}_O}$$

Il s'agit bien du torseur cinématique
22h16 d'une liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$.

22h31

3) Appui-plan de normale $(B,\vec{y}')$:

$$\{\mathcal{V}_{5/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{5/1} = \omega_{5/1}\,\vec{z} \\ \vec{V}_{B\text{ ou }A,5/1} = V_{x5}\,\vec{x}' + V_{z5}\,\vec{z}' \end{Bmatrix}_{B\text{ ou }A}$$

B ou A quelconque.

Sphérique en A :

$$\{\mathcal{V}_{6/5}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{6/5} = \omega_{x6}\,\vec{x}' + \omega_{y6}\,\vec{y}' + \omega_{z6}\,\vec{z}' \\ \vec{V}_{A,6/5} = \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

4) Les liaisons 5/1 et 6/5 sont en série donc la liaison équivalente 6/1 s'obtient par composition des vitesses au même point ici A :

$$\{\mathcal{V}_{6/1}\}_A = \{\mathcal{V}_{6/5}\}_A + \{\mathcal{V}_{5/1}\}_A$$

Pour les vitesses de rotation $\vec{\Omega}$:

$$\begin{cases} \omega_{eqx} = \omega_{x6} + 0 & (1) \\ \omega_{eqy} = \omega_{y6} + 0 & (2) \\ \omega_{eqz} = \omega_{z6} + \omega_{5/1} & (3) \end{cases}$$

Pour les vitesses du point A $(\vec{V_A})$:

$$\begin{cases} V_{eqx} = 0 + V_{x5} & (4) \\ V_{eqy} = 0 + 0 & (5) \\ V_{eqz} = 0 + V_{z5} & (6) \end{cases}$$

(4) (5) et (6) $\Rightarrow \vec{V}_{A,6/1} = V_{eqx}\,\vec{x} + V_{eqz}\,\vec{z}$

(1) (2) et (3) $\Rightarrow \vec{\Omega}_{6/1} = \omega_{eqx}\,\vec{x} + \omega_{eqy}\,\vec{y} + \omega_{eqz}\,\vec{z}$

Soit le torseur

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{6/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{6/1} = \omega_{eqx}\,\vec{x} + \omega_{eqy}\,\vec{y} + \omega_{eqz}\,\vec{z} \\ \vec{V}_{A,6/1} = V_{eqx}\,\vec{x} + V_{eqz}\,\vec{z} \end{Bmatrix}_A}$$

C'est le torseur d'une liaison ponctuelle de normale $(A, \vec{y})$.

L'insertion d'un patin 5 entre 6 et 1 permet de limiter les pressions de contact en passant d'un contact ponctuel (pression "infini") à un contact surfacique (sphère et plan).

22h45 5

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/0} = \omega_{2/0}\,\vec{x}_0 \\ \vec{V}_{D,2/0} = \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$ pivot d'axe $(D, \vec{x})$

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{3/0} = \omega_{3/0}\,\vec{x}_0 \\ \vec{V}_{D,3/0} = V_{D,3/0}\,\vec{x} \end{Bmatrix}_D$$ pivot-glissant d'axe $(D, \vec{x}) = (C, \vec{x})$

Liaison en parallèle : $\{\mathcal{V}_{eq\,1/0}\}_D = \{\mathcal{V}_{2/0}\}_D = \{\mathcal{V}_{3/0}\}_D$

pour $\vec{\Omega}$: $\begin{cases} \omega_{eqx} = \omega_{2/0} = \omega_{3/0} & (1) \\ \omega_{eqy} = 0 = 0 & (2) \\ \omega_{eqz} = 0 = 0 & (3) \end{cases}$

pour $\vec{V}_D$: $\begin{cases} V_{eqx} = 0 = V_{D,3/0} & (4) \\ V_{eqy} = 0 = 0 & (5) \\ V_{eqz} = 0 = 0 & (6) \end{cases}$

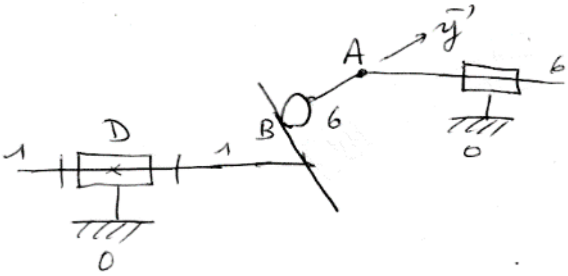
(4) (5) et (6) $\Rightarrow \vec{V}_{D,1/0} = \vec{0}$

(1) (2) et (3) $\Rightarrow \vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{eqx}\,\vec{x}_0$

Finalement $$\boxed{\{\mathcal{V}_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{eqx}\,\vec{x}_0 \\ \vec{V}_{D,1/0} = \vec{0} \end{Bmatrix}_D}$$

liaison pivot d'axe $(D, \vec{x}_0)$

7



22h52