

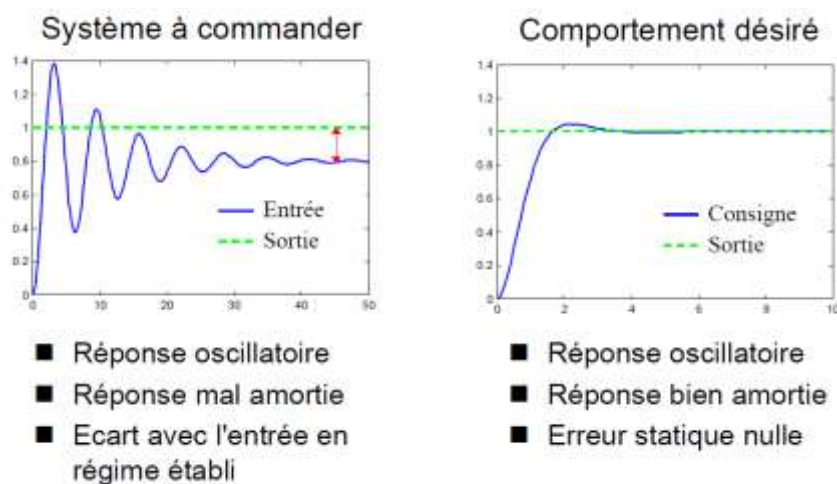
Cours	Cours SAMP 6	TSI2 (Période 3)
	Correction Proportionnelle	1h
	Cycle 6 : Système asservi multi-physique	4 semaines

MODELISER Identifier les performances à évaluer.
 MODELISER Proposer des hypothèses simplificatrices en fonction des objectifs visés.
 RESOUDRE Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.
 RESOUDRE Proposer une démarche de réglage d'un correcteur.
 RESOUDRE Déterminer les performances d'un système asservi.
 RESOUDRE Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur.

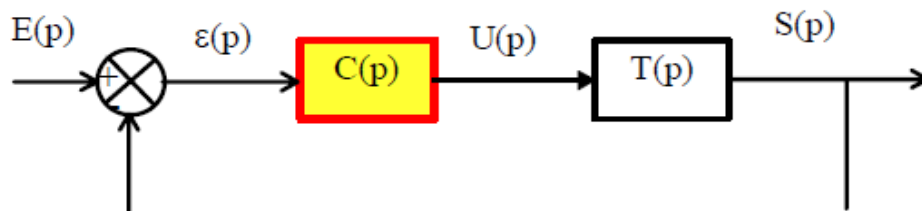
1 Optimisation des systèmes asservis

Les systèmes asservis peuvent présenter des défauts, par exemple :

- ❑ **une stabilité** trop relative voire une instabilité (MG ou MΦ trop faibles ; dépassement trop grand ; facteur d'amortissement trop faible au regard d'un cahier des charges).
- ❑ **une précision** insuffisante (erreur statique non nulle ou trop importante);
- ❑ **une rapidité** insuffisante (temps de réponse à 5%, $T_{5\%}$, trop important).



Le correcteur placé à la sortie du comparateur de l'asservissement permet d'optimiser la réponse du système asservi.



On distingue 3 types de correcteur : les correcteurs proportionnel, intégral et dérivée.

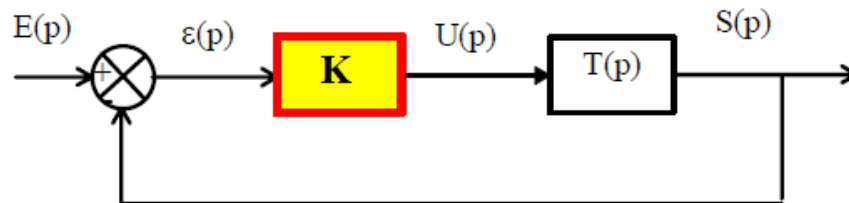
Ce premier cours sur les correcteurs va présenter les effets et le réglage du correcteur proportionnel.

2 Le correcteur proportionnel P

Ce correcteur élémentaire est le correcteur de base, il agit principalement sur le gain statique du système asservi.

Dans le cas d'un correcteur proportionnel, la loi de commande corrigée $u(t)$ est proportionnelle à l'écart : $u(t) = K \cdot \varepsilon(t)$.

La fonction de transfert du correcteur proportionnel est : $C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K$



2.1 Influence sur la rapidité

La fonction de transfert en boucle fermée pour $T(p)$ d'ordre 1 ($T(p) = \frac{1}{1+\tau p}$) s'écrit donc :

$$FT_{BF} = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K \cdot T(p)}{1 + K \cdot T(p)} = \frac{\frac{K}{1+\tau p}}{1 + \frac{K}{1+\tau p}} = \frac{K}{(1+\tau p) + K} = \frac{K}{1+K} \cdot \frac{1}{1+\tau' p}$$

La constante de temps du système bouclé avec un correcteur proportionnel est τ' telle que $\tau' = \frac{\tau}{1+K}$

Le « gain » étant positif et non nul, il est possible de diminuer la constante de temps par action sur la valeur du gain du correcteur.

Le correcteur proportionnel permet de diminuer le temps de réponse du système par augmentation de K.

Généralisation : pour un système d'ordre 2 (ou plus), cette augmentation de la rapidité reste vraie tant que la stabilité n'est pas trop altérée (si les oscillations deviennent trop grandes, le système peut mettre plus de temps à se stabiliser à 5% de sa valeur finale lorsque K augmente).

2.2 Influence sur la précision

L'expression de l'erreur $\varepsilon(p)$ s'écrit : $\varepsilon(p) = \frac{1}{1+FTBO(p)} \cdot E(p)$

L'erreur statique de position ε_s pour une entrée échelon d'amplitude $E_0 = u(t)$ s'obtient à l'aide du **théorème de la valeur finale** : $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+FTBO(p)} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1+FTBO(p)}$

Application à l'exemple précédent : $\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1+K \cdot T(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1+\frac{K}{1+\tau p}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1+\tau p}{1+\tau p+K}$

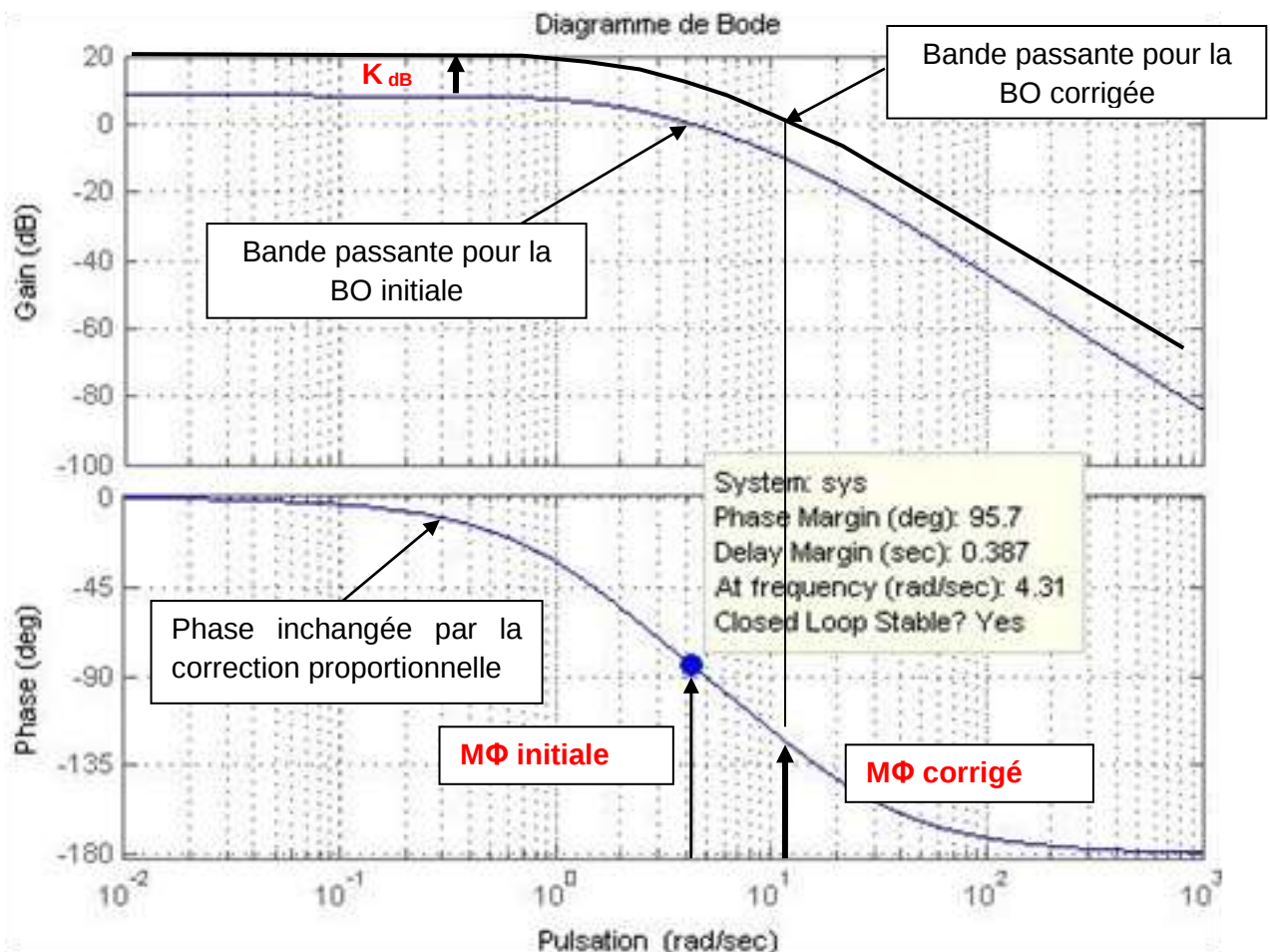
$$\varepsilon_s = \frac{1}{1+K} \quad (\text{Généralisable aux FTBO de classe nulle})$$

Le correcteur proportionnel permet donc de diminuer l'erreur statique de position du système en augmentant K sans pour autant l'annuler.

2.3 Influence sur la stabilité

La stabilité d'un système bouclé est évaluée à partir de l'étude de la fonction de transfert en boucle ouverte.

La quantification de l'impact du correcteur sur la stabilité et la rapidité peut être visualisée par le diagramme de Bode suivant.



Analyse des diagrammes de Bode :

- **Le correcteur proportionnel augmente la rapidité lorsque K augmente** puisque la bande passante augmente (si la marge de stabilité est suffisante).
- **Le correcteur proportionnel déstabilise le système asservi lorsque K augmente**, car la marge de phase diminue (ainsi que l'éventuelle marge de gain).

2.4 Placement – dimensionnement

Le choix du correcteur se fait généralement par rapport au critère de stabilité qui est impératif.

Méthode pour la détermination du gain K de la correction proportionnelle :

- 1) Déterminer la fonction du système en boucle ouverte (FTBO).
- 2) Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO.
- 3) Préciser de combien la courbe des gains doit être relevée ou abaissée (K_{dB}) pour avoir la marge de phase du cahier des charges ($M\Phi = 45^\circ$ par défaut) :
- 4) On en déduit ensuite le gain du correcteur $K = 10^{\frac{K_{dB}}{20}}$
 (ou par le calcul : $\Phi(\omega_c) = -180 + M\Phi$ donne ω_c puis $K = \frac{1}{|H(\omega_c)|}$).

2.5 Exemple : effet de la correction proportionnelle sur la réponse temporelle

Les réponses indicielles suivantes sont celles d'un système d'ordre 2 :

