

17h08 Exercice 1 Masselottes

Durées

Exercice 1 : 18' → 30'

Exercice 2 : 50' → 1h20

① Matrices d'inertie

$$\text{cas 1} \quad [I_{O,1}] = \begin{bmatrix} m(a^2 + b^2) & -md(a+b) & 0 \\ -md(a+b) & 2md^2 & 0 \\ 0 & 0 & m(2d^2 + a^2 + b^2) \end{bmatrix}_{O,R}$$

17h19

$$\text{cas 2} \quad [I_{O,2}] = \begin{bmatrix} 2mr^2 & -2m(rd) & 0 \\ -2mrd & 2md^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2m(r^2 + d^2) \end{bmatrix}_{O,R}$$

$$\text{cas 3} \quad [I_{O,3}] = \begin{bmatrix} 2mr^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2mr^2 \end{bmatrix}_{O,R}$$

② • cas 1 } $P_{xz} = P_{yz}$ car plan (x, y') de normal $\vec{z}$ est
 • cas 2 } plan de symétrie

• cas 3 : axe de symétrie (A, y') $\Rightarrow \begin{cases} I_x = I_z \\ + \\ \text{diagonale} \end{cases}$

17h26

17h26

Exercice 2 Equilibreuse delta lab.

① Forme de la matrice d'inertie $[I_0]_R = \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ F & B & 0 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix}_R$

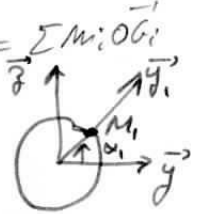
• $B \approx C$: car forme presque de révolution $(0, \vec{x})$

• $F = P_{xy}$
 $P_{yz} = P_{xz} = 0$ } car $(0, \vec{x}, \vec{y})$ de normale $(0, \vec{z})$ est plan de symétrie

② Conditions d'équilibrage statique : $m \vec{OG} = \sum m_i \vec{OG}_i$

$$(m+m_1+m_2) \vec{OG}_{eq} = m \vec{OG} + m_1 \vec{OM}_1 + m_2 \vec{OM}_2 (*)$$

si G_{eq} sur l'axe $\vec{y}_{G_{eq}} = \vec{z}_{G_{eq}} = 0$



$$(*) \text{ sur } \vec{y} \Rightarrow m y_G + m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0$$

$$m y_G + m_1 r \cos \alpha_1 + m_2 r \cos \alpha_2 = 0 \quad (1)$$

$$(*) \text{ sur } \vec{z} \Rightarrow m z_G + m_1 z_1 + m_2 z_2 = 0$$

$$\text{avec } z_G = 0 \quad m_1 r \sin \alpha_1 + m_2 r \sin \alpha_2 = 0 \quad (2)$$

③ Produit d'inertie des masselottes

$$\vec{OM}_1 = d\vec{x} + r \cos \alpha_1 \vec{y} + r \sin \alpha_1 \vec{z}$$

$$\vec{OM}_2 = -d\vec{x} + \dots + \vec{y}$$

$$P_{mxy} = m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2$$

$$P_{mxy} = m_1 r d \cos \alpha_1 - m_2 r d \cos \alpha_2$$

$$P_{mxz} = m_1 r d \sin \alpha_1 - m_2 r d \sin \alpha_2$$

④ Conditions d'équilibrage dynamique

Equilibrage statique

$$m_1 r d \cos \alpha_1 - m_2 r d \cos \alpha_2 + F = 0 \quad (3)$$

$$E=0 \Rightarrow m_1 r d \sin \alpha_1 - m_2 r d \sin \alpha_2 = 0 \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} (4) m_1 \sin \alpha_1 = m_2 \sin \alpha_2 \\ (2) m_1 \sin \alpha_1 = -m_2 \sin \alpha_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 0 [\pi]$$

$$(1) m y_G + m_1 r \cos \alpha_1 + m_2 r \cos \alpha_2 = 0$$

$$(3) F + m_1 d \cos \alpha_1 = m_2 d \cos \alpha_2 = 0$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0 [\pi] \quad (1): m y_G + m_1 r \varepsilon_1 + m_2 r \varepsilon_2 = 0 \quad \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \pm 1 \\ \varepsilon_2 = \pm 1 \end{array}$$

$$(2) F + m_1 d \varepsilon_1 - m_2 d \varepsilon_2 = 0$$

$$d \cdot (1) + (2) \Rightarrow m d y_G + 2 m_1 d r + F = 0$$

$$m_1 = \frac{-F - m d y_G}{2 d r \varepsilon_1}$$

$$\boxed{m_1 = -\frac{F + m d y_G}{2 d r \varepsilon_1}}$$

$$m_1 = -\frac{-603 + 4.68 \cdot 158 \cdot 0,51}{2 \cdot 158 \cdot 80 (\varepsilon_1)} \geq 0 \text{ avec } \varepsilon_1 = -1$$

$$\boxed{m_1 = 0,8 \text{ Kg}} \quad \text{et } \varepsilon_1 = -1 \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 180^\circ}$$

$$(1): m y_G - m_1 r + m_2 r \varepsilon_2 = 0$$

$$m_2 = \left(m_1 - m \frac{y_G}{r} \right) \varepsilon_2$$

$$m_2 = \left(0,8 - 4,8 \cdot \frac{0,51}{80} \right) \geq 0 \text{ avec } \varepsilon_2 = 1$$

$$\boxed{m_2 = 0,77 \text{ Kg}} \quad \text{donc } \boxed{\alpha_2 = 0}$$

⑥ Masselottes supplémentaires dans le plan de symétrie ET $m_1 - m_2 = m_{\text{masselotte initiale}} = 30g$.

18h16